

# Esercizi estivi per la classe terza D

1) Risolvere le seguenti disequazioni:

a)  $\frac{(x-1)^2}{2} - \left(\frac{x+1}{2}\right)^2 - 1 < \frac{x^2-1}{4}$   $\left[x > -\frac{1}{3}\right]$

b)  $\frac{6x+5}{3} - 1 < \frac{4x-1}{2}$  [nessuna soluzione]

c)  $2x+3 > \frac{4x-1}{2}$   $[\forall x \in \mathbb{R}]$

d)  $(x-1)^3 - (x+1)^3 + 6x\left(x - \frac{1}{2}\right) < (x-1)^2 - (x+1)^2$   $[x < 2]$

i)  $\frac{x-2}{3x-5} - 1 < \frac{3-x}{5-3x}$

l)  $\frac{2x-1}{3x} + \frac{1}{2x} \geq \frac{x-3}{6x}$   $\left[x \leq -\frac{4}{3} \vee x > 0\right]$

n)  $\frac{x+3}{2x-1} + 2\left(3 + \frac{4+2x}{1-2x}\right) \leq -\frac{\frac{2(x-1)}{3}}{\frac{5-x}{3} - 3x} - 2$   $\left[\frac{1}{2} < x \leq 1\right]$

2) Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni:

a) 
$$\begin{cases} \frac{1}{3}(x-2)(x+2) + \frac{x-1}{6} \leq \frac{(x-1)^2}{3} + \frac{1}{3}x - 2 \\ \frac{x+4}{5x+3} \geq 0 \\ \frac{2}{3}(x-1) + x < 5\left(\frac{1}{3}x + 2\right) \end{cases}$$

3) Risolvi i seguenti sistemi fratti:

a)  $\begin{cases} x - y = 3 \\ \frac{x-3}{x+3} = \frac{3}{4} \end{cases}$       b)  $\begin{cases} \frac{1}{5}x + \frac{1}{3}y = 2 \\ \frac{3x-y}{y+3} = 2 \end{cases}$       c)  $\begin{cases} \frac{x+y-4}{x-y} = 3 \\ \frac{x+4}{x+y-1} = 2 \end{cases}$

4) Considerati i punti  $A(-2,4)$ ;  $B(4,6)$ ;  $C(7,4)$ ;  $D(4,2)$ , si verifichi che il quadrilatero ABCD è un parallelogramma e si determini il perimetro.  $R: 2(\sqrt{13} + 2\sqrt{10})$

5) Dopo aver indicato il valore del coefficiente angolare e dell'ordinata all'origine, rappresenta le seguenti rette:

a)  $y = 2x - 2$       b)  $y = -3x + 1$       d)  $y = -x + 5$       e)  $y = 4$

6) Scrivi le equazioni delle rette passanti per le seguenti coppie di punti:

a)  $O(0,0)$   $B(2,3)$ ;      b)  $A(0,3)$   $B(4,2)$ ;      c)  $A(2,-1)$   $B(-2,-1)$

7) Scrivi le equazioni delle rette passanti per il punto P e parallele alle seguenti rette:

a)  $P(0,-5) \quad y = \frac{2}{3}x - 4;$       b)  $P(0,5) \quad y = x;$       c)  $P\left(0, -\frac{2}{3}\right) \quad y = \frac{3}{2}x$

d)  $P(0,-1) \quad y = 2x - 3;$

8) Calcolare le coordinate dei punti medi dei segmenti AB e BC essendo

$A\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right) \quad B\left(-\frac{1}{2}, 4\right) \quad C(3,-2) \quad R: \left[\left(0, \frac{5}{4}\right)\left(\frac{5}{4}, 1\right)\right]$

9) Il punto medio di un segmento ha le coordinate  $(3,-5)$  e uno degli estremi è il punto  $(1,-3)$ . Trovare le coordinate dell'altro estremo. [5,-7]

10) Il triangolo ABC ha per vertici  $A(1,3) \quad B\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) \quad C(2,1)$ ; verificare che il triangolo è isoscele e determinare misure del perimetro e dell'area. [ $\sqrt{5}(1+\sqrt{2})$ ; 1,25]

11) Calcolare le coordinate del  $P(x,0)$  sull'asse x equidistante dai punti  $A(1,3) \quad B(5,1)$   
[P(2,0)]

12) Determinare il punto di intersezione fra le seguenti coppie di rette:

a)  $3x + 2y = 21 \quad 2x - 3y = 1 \quad [P(15,3)]$

c)  $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y = 3 \quad 4x - 3y - 18 = 0 \quad \text{le rette sono...}$

13) Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado:

a)  $(4x-7)(x-5) + (x-3)^2 = (x+2)^2$       b)  $(2x-3)(3x+1) + 15 = (x+3)^2 - 3$

c)  $3(x-3)(x+9) + 6(x-5) = 2(x+1)(x+2)$       d)  $(x+1)(x-1) + \frac{1}{3}(x-2) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x(x-1)$

g)  $\frac{1}{3}x(x-1) - \frac{1}{4}x(x+1) = -\frac{1}{4}x - \frac{1}{3}$       h)  $(x-5)^2 - x^2(x+2) = (1-x)(1+x+x^2)$

14) Risolvi le seguenti equazioni fratte:

a)  $\frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1}{x+1}$       b)  $\frac{10}{x+2} + \frac{5}{2-x} = 0$

c)  $\frac{x-2}{x-1} - \frac{x-1}{x-2} = \frac{x^2}{x^2-3x+2}$

e)  $\frac{x-2}{x^2-x} - \frac{2x-3}{x^2-1} = \frac{4-3x}{x^2+x}$       f)  $\frac{x-2}{2x^2+x-1} + \frac{x+2}{2x^2-x-1} = \frac{1}{x+1}$

15) Risolvi le seguenti equazioni di grado superiore al secondo:

a)  $6x^3 - 11x^2 - 3x + 2 = 0 \quad \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 2\right]$

b)  $x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0 \quad [\pm 3, 1]$

c)  $2x^3 - 13x^2 + 13x + 10 = 0 \quad [-5, 2, 1]$

d)  $27x^3 + 1 = 0$

f)  $3x^4 - 2x^2 - 8 = 0$

g)  $64x^4 - 23x^2 + 20 = 0$

l)  $2x^4 - 11x^2 + 12 = 0$

$[\pm\sqrt{2}]$

Impossibile

16) Risolvi le seguenti disequazioni di secondo grado:

a)  $x^2 + 4x - 21 > 0$

$[x < -7 \vee x > 3]$

b)  $2x^2 + x + 4 > 0$

$[\forall x \in \mathbb{R}]$

c)  $6x - x^2 - 9 > 0$

Impossibile

d)  $3x + 4x^2 > 0$

$\left[ x < -\frac{3}{4} \vee x > 0 \right]$

f)  $x^2\sqrt{3} - x + \frac{1}{2} \geq x\sqrt{3} - \frac{1}{2}$

$\left[ x \leq \frac{\sqrt{3}}{3} \vee x \geq 1 \right]$

17) Risolvi le seguenti disequazioni fratte:

a)  $\frac{9x^2}{6x^2 - x - 1} \geq 0$

b)  $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x} \leq 0$

c)  $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 2x + 5} > 0$

d)  $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} > 0$

g)  $\frac{x-1}{2x+1} + \frac{1+3x}{2x} < \frac{3x-1}{4x^2+2x} \quad \left[ -\frac{1}{2} < x < 0 \right]$

18) Risolvi le seguenti disequazioni di grado superiore al secondo:

a)  $x^3 + x^2 - 3x - 3 > 0$

b)  $2x^3 + 6x^2 + 4x < 0$

c)  $x^4 + x^3 + 4x^2 + 4x > 0$

d)  $2x^4 - 6x^2 \leq 0$

e)  $(x - 3x^2)(x^2 - 2x - 8) > 0$

$\left[ -2 < x < 0 \vee \frac{1}{3} < x < 4 \right]$

19) Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni:

a)  $\begin{cases} x^2 - x - 12 < 0 \\ x + 2 \geq 0 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} 4 - x^2 < 0 \\ x + 5 \geq 0 \end{cases} \quad [-2 < x < 2]$

e)  $\begin{cases} x^2 - 6x + 9 > 0 \\ x^2 - 2x - 8 \leq 0 \end{cases} \quad [-2 \leq x < 3 \vee 3 < x \leq 4]$

f)  $\begin{cases} x^2 + 4x \leq 0 \\ x^2 + 4x + 4 > 0 \end{cases}$

g)  $\begin{cases} 81 - x^2 > 0 \\ 8 - x > 0 \\ 3x - x^2 \leq 0 \end{cases}$

i)  $\begin{cases} \frac{4 - x^2}{x^2 - 2x + 1} > 0 \\ \frac{2x + 1}{3x} < 1 \end{cases}$

20) Risolvi i seguenti sistemi di secondo grado:

a)  $\begin{cases} 3x - y + 2 = 0 \\ xy = 16 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 34 \\ x - y = 2 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x^2 + y = 3 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases}$  (risolvere anche graficamente)

$$d) \begin{cases} x+2y=3 \\ (5x-y)^2 - (2x+y)^2 + 5 = 0 \end{cases} \quad e) \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = \frac{7}{6} \\ 4x(y-1) + 6xy = 3(5-y)^2 \end{cases}$$

21) Semplifica le seguenti frazioni algebriche:

$$a) \frac{6x^2 - xy - 2y^2}{3x^2 + 4xy - 4y^2}$$

$$b) \frac{3x^2 - 7x + 2}{6x^2 - 13x + 2}$$

$$d) \frac{36x^2 + 22x + 2}{2x^2 - 5x - 3}$$

$$f) \frac{3x^2 - (1+3\sqrt{2})x + \sqrt{2}}{3x^2 + 4x\sqrt{2} + 2}$$

22) Data l'equazione parametrica di secondo grado:  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - m - 1 = 0$

Determina per quali valori del parametro  $m$

- a) ha soluzioni reali    b) ha soluzioni uguali    c) ha soluzioni opposte    d)  $x_1 = 0$   
 e) ha soluzioni reciproche

23) Data l'equazione parametrica di secondo grado:  $(k-1)x^2 - 2(k+2)x + k - 3 = 0$  determina

- $k$  in modo che: a) ha soluzioni reali    b)  $x_1 = -1$     c)  $x_1 + x_2 = 3$     d)  $x_1 \cdot x_2 > 0$   
 e)  $x_1 + x_2 \geq -1$     f)  $x_1 = -x_2$

24) Determina il dominio delle seguenti funzioni:

$$a) y = \frac{2x+1}{4x^2-9}$$

$$b) y = \sqrt{\frac{5x-10}{x+3}}$$

$$c) y = \sqrt{5-2x} + \sqrt{x+4}$$

$$d) y = \sqrt{3x} + \sqrt{\frac{x+1}{3-x}}$$

$$e) y = \frac{x^2}{x^2-5x-6}$$

$$f) y = 3x^4 - 2x^2 + 5x + 1$$

25) Rappresenta graficamente le seguenti parabole:

$$a) y = -2x^2 + 5$$

$$b) y = 2x^2 + 4x$$

$$c) y = 3x^2 - 4x + 2$$

$$d) y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{4}$$

$$e) y = -x^2 + 4x - 4$$

26) Determina per quale valore del parametro  $k \in R$  l'equazione:  $y = (1-k)x^2 + 2x + 1$

rappresenta:

- a. una retta  
 b. una parabola con la concavità rivolta verso l'alto  
 c. una parabola passante per l'origine  
 d. una parabola passante per il punto  $P(1,4)$   
 e. una parabola che non incontra l'asse  $x$

27) Determina le coordinate dei punti di intersezione tra le seguenti curve e fai la relativa rappresentazione grafica.

$$a) y = -x^2 + 2x + 3 \quad e \quad 3x - y + 1 = 0$$

$$R: (1,4); (-2,-5)$$

$$b) y = x^2 - 3x + 1 \quad e \quad x + y = 0$$

$$R: (1,-1)$$

c)  $y = x^2 + x$       e  $y = x - 2$

$R: \emptyset$

d)  $y = x^2 + 2x$       e  $y = -x^2 + 4x$

$R: (0,0); (3,3)$

Le esercitazioni sulla **circonferenza** e sulla **parabola** sono già pubblicati al link  
<http://www.ergazzori.it/3d-18-19.html>