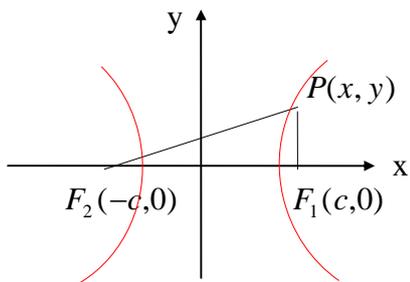


GEOMETRIA ANALITICA DEL PIANO DR

- **L'IPERBOLE** (luogo geometrico dei punti del piano per i quali è costante la differenza delle distanze da due punti F_1 e F_2 detti fuochi)

$$I = \{ P \in \pi / \overline{PF_1} - \overline{PF_2} = 2a \text{ con } a \in \mathbb{R}_0^+ \}$$



caso 1 fuochi sull'asse x $\begin{cases} x \text{ asse trasverso} \\ y \text{ asse non trasverso} \end{cases}$

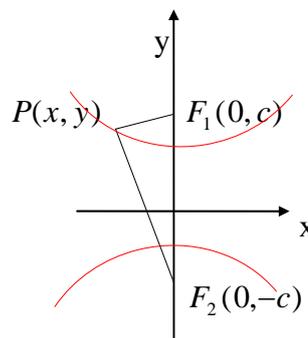
Equazione dell'iperbole

Da $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = 2a$ risulta

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = \pm 2a$$

quadrando e semplificando risulta

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1} \quad \text{avendo posto} \quad \boxed{b^2 = c^2 - a^2}$$



caso 2 fuochi sull'asse y $\begin{cases} y \text{ asse trasverso} \\ x \text{ asse non trasverso} \end{cases}$

Da $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = 2b$ risulta

$$\sqrt{(y-c)^2 + x^2} - \sqrt{(y+c)^2 + x^2} = \pm 2b$$

quadrando e semplificando risulta

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1} \quad \text{avendo posto} \quad \boxed{a^2 = c^2 - b^2}$$

(per le intersezioni con rette e le cond. di tg. vedere la parabola)

Proprietà di un'iperbole (caso 1 o 2)

1. Simmetria rispetto agli assi coordinati
2. L'iperbole è una curva illimitata

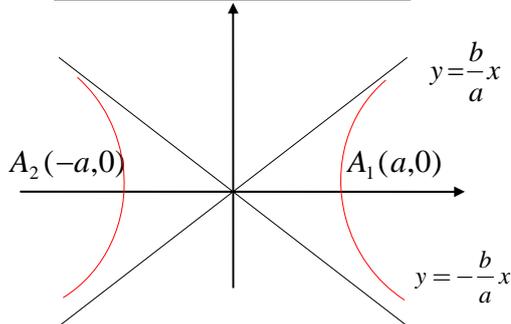
3. **Eccentricità:** posto $e = \frac{c}{a}$ (caso 1) si ricava $e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} > 1$ cioè $e > 1$

$e = \frac{c}{b}$ (caso 2) si ricava $e = \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}} > 1$

4. **Asintoti**

$$\boxed{y = \frac{b}{a}x \quad y = -\frac{b}{a}x}$$

A_1, A_2 sono detti Vertici



- L'Iperbole equilatera

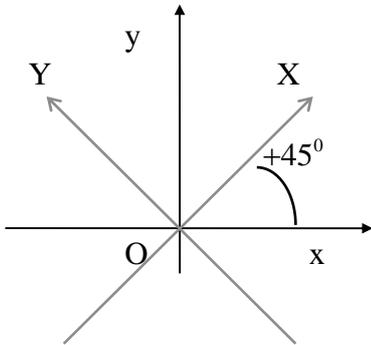
se nell'equazione dell'iperbole risulta essere $a = b$ l'iperbole si dice **equilatera** e le equazioni dei casi 1 e 2 diventano:

$$\boxed{(*) \quad x^2 - y^2 = a^2 \quad \text{e} \quad x^2 - y^2 = -a^2} \quad \left(\begin{array}{l} \text{questa secondo caso lo si trova} \\ \text{anche nella forma } y^2 - x^2 = a^2 \end{array} \right)$$

(se l'asse trasverso è l'asse x)

(se l'asse trasverso è l'asse y)

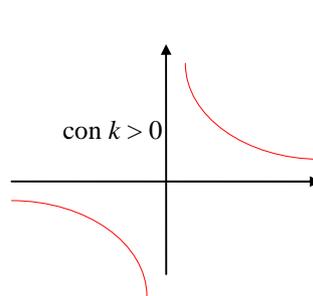
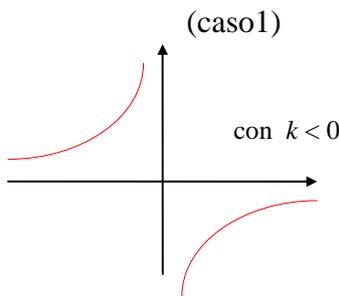
in questi due casi gli asintoti diventano e nel $\boxed{y = x \text{ e } y = -x}$ caso1 $c = a\sqrt{2}$ $\rightarrow e = \sqrt{2}$
 caso2 $c = b\sqrt{2}$



considerando poi la rotazione del piano di $\pm 45^\circ$

$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} X \pm \frac{\sqrt{2}}{2} Y \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2} Y \pm \frac{\sqrt{2}}{2} X \end{cases} \quad \text{e sostituita in (*)}$$

si ottiene $\boxed{X \cdot Y = -\frac{a^2}{2}}$ $\boxed{X \cdot Y = \frac{a^2}{2}}$ cioè della forma $\boxed{X \cdot Y = k}$



- L'Iperbole equilatera traslata (funzione omografica)

Un'equazione del tipo $\boxed{y = \frac{ax + b}{cx + d}}$ con $c \neq 0$ e $ad - bc \neq 0$ si dimostra

essere una iperbole equilatera traslata avente come **centro di simmetria** $O_1\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$

e per asintoti le rette di equazione $x = -\frac{d}{c}$ e $y = \frac{a}{c}$

