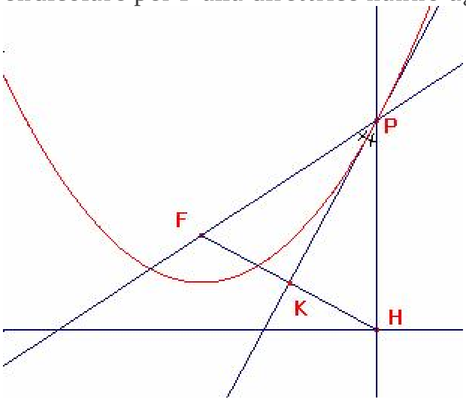
La parabola (proprietà)

Ottica:

In ogni punto P della parabola, gli angoli che la tangente forma con la retta congiungente P e il fuoco F e che la tangente forma con la retta perpendicolare per P alla direttrice hanno uguale ampiezza



Come mostrato in precedenza, *P* appartiene all'asse del segmento *FH* (che coincide con la retta tangente alla parabola in *P)*. Sia *K* il punto di intersezione della retta tangente con *FH:* i triangoli *PKF* e *PKH* risultano congruenti, quindi in particolare. $F\hat{P}K = K\widehat{P}H$

Da questa importante proprietà si trae un'importante conseguenza: se nel fuoco è posta una sorgente luminosa e la "parete" interna della parabola è rivestita da materiale riflettente ogni raggio luminoso che parte dal fuoco si riflette in un raggio perpendicolare alla direttrice.

Da cui segue la **proprietà focale**:

Ogni raggio passante per F si riflette in un raggio parallelo all'asse della parabola e, viceversa, ogni raggio parallelo all'asse della parabola si riflette nel punto F.

E' proprio per questo che tale punto viene chiamato *fuoco*. La retta *d* viene chiamata *direttrice* perché stabilisce la direzione dei raggi riflessi (tutti perpendicolari ad essa).

Gli specchi e le antenne paraboliche sono in realtà figure tridimensionali, chiamate *paraboloidi*. Un paraboloide si ottiene facendo ruotare una parabola attorno al proprio asse di simmetria.

Osservazione: La proprietà focale è conosciuta fin dall'antichità, infatti in questo modo furono costruiti i fari all'imbocco dei porti. Ricordiamo la famosa leggenda degli *specchi ustori* di Archimede.

Secondo tale leggenda Archimede avrebbe infatti distrutto la flotta romana durante l'assedio di Siracusa nel 213 a.C. concentrando i raggi solari con appositi specchi.

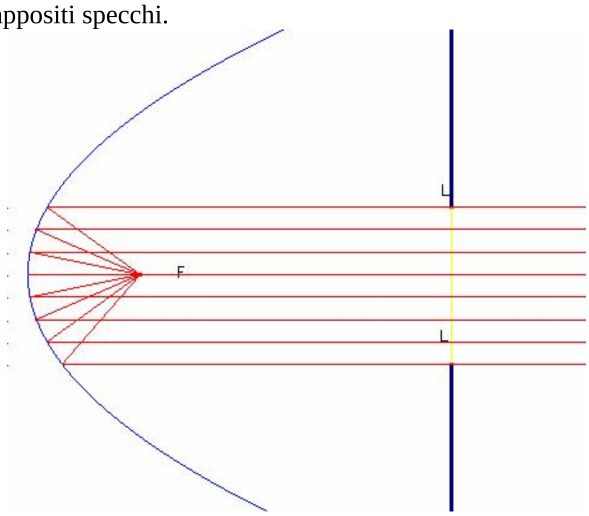


Fig. 6 Specchio parabolico

- Moto di un proiettile.

Un proiettile sparato da un cannone si muove in verticale di moto uniformemente accelerato (con accelerazione $\overline{g}$) e in orizzontale di moto uniforme. La sua traiettoria è il risultato della composizione di questi due moti che avvengono indipendentemente l'uno dall'altro.

Fissato un riferimento cartesiano ortogonale avente l'origine coincidente con la posizione iniziale del proiettile, asse delle ascisse orizzontale e asse delle ordinate verticale orientato dal basso all'alto, uguagliando le leggi orarie dei due moti si dimostra che l'equazione della traiettoria descritta dal proiettile nel riferimento è data da: $y = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2}x^2$.

E' possibile studiare il moto del proiettile anche nel caso più generale: quello in cui esso è lanciato con una velocità iniziale $\overline{v}$ inclinata di un angolo a rispetto alla direzione orizzontale.

Il moto risultante è la composizione di un moto uniformemente accelerato lungo l'asse y di velocità iniziale $v_y = v_0 \sin\alpha$ e accelerazione - g e di un moto rettilineo uniforme lungo l'asse x di velocità $v_x = v_0 \cos\alpha$.

Le due leggi orarie sono rispettivamente:

$$x = v_0 \cos\alpha$$

$$y = (v_0 \sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$$

Ricavando t dalla prima e sostituendo nella seconda otteniamo una forma più generale dell'equazione della traiettoria:.

$$y = \frac{v_y}{v_x}x - \frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2}x^2$$

Ponendo $b = \frac{v_y}{v_x}$ e $a = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_{0^2}}$

Facciamo osservare che con questa sostituzione si ottiene l'equazione $y = ax^2 + bx$ di un ramo di parabola, dato che $x \geq 0$,passante per l'origine , la cui concavità è rivolta verso il basso (poiché a < 0)