

PROBLEMA 1

Sia AB un segmento di lunghezza $2a$ e sia C il suo punto medio. Fissato un conveniente sistema di coordinate:

- Si verifichi che il luogo dei punti P per cui $\frac{PA}{PB} = k$, k costante positiva assegnata, è una circonferenza (circonferenza di Apollonio) e si trovi il valore di k per cui la soluzione degenera in una retta
- Si determini il luogo geometrico γ dei punti X che vedono AC sotto un angolo di 45°
- Posto X appartenente a γ in uno dei due semipiani di origine la retta per A e per B e indicato con α l'angolo XAC si illustri l'andamento della funzione $y = f(x) = \left(\frac{XB}{XA}\right)^2$ e $x = \text{tg } \alpha$

PROBLEMA 2

Nel piano è assegnata la funzione $y = x^2 + a \log(x + b)$ con a e b diversi da zero

- Si trovino i valori di a e b tali che la curva Γ grafico della funzione passi per l'origine degli assi e presenti un minimo assoluto in $x = 1$
- Si studi e si disegni Γ
- Si determini, applicando uno dei metodi numerici studiati un'approssimazione della intersezione positiva di Γ con l'asse x
- Si determini l'equazione della curva Γ' simmetrica di Γ rispetto alla retta $y = y(1)$
- Si disegni per i valori di a e b trovati il grafico di $y = |x^2 + a \log(x + b)|$

QUESTIONARIO

- Provare che una sfera è equivalente ai $2/3$ del cilindro circoscritto
- Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione $xe^x + xe^{-x} - 2 = 0$
- Dimostrare che se $p(x)$ è un polinomio allora tra due qualsiasi radici distinte di $p(x)$ c'è una radice di $p'(x)$
- Calcolare la derivata della funzione $f(x) = \arcsen x + \arccos x$. Quali conclusioni se ne possono trarre per la $f(x)$?
- Calcolare l'integrale $\int \frac{\log x}{x} dx$
- Con uno dei metodi di quadratura studiati si calcoli un'approssimazione dell'integrale definito $\int_0^p \sin x dx$ e si confronti il risultato con il valore esatto dell'integrale.
- Verificato che l'equazione $x - e^{-x} = 0$ ammette una sola radice positiva compresa tra 0 e 1 se ne calcoli un'approssimazione applicando uno dei metodi numerici studiati
- Una classe è composta da 12 ragazzi e 4 ragazze. Tra i 16 allievi se ne scelgono 3 a caso: qual è la probabilità che essi siano tutti maschi?
- Spiegare il significato di *sistema assiomatico* con particolare riferimento alla sistemazione logica della geometria
- Dire formalizzando la questione e utilizzando il teorema del valor medio o di Lagrange se è vero che *se un automobilista compie un viaggio senza soste in cui la velocità media è 60 km/h, allora almeno una volta durante il viaggio il tachimetro dell'automobile deve indicare esattamente 60 km/h*