Esercitazioni sulla parabola

15 **ESERCIZIO GUIDATO** Una parabola di equazione $y = ax^2$ passa per il punto $P(-1; 5)$. Quanto vale a?

Le coordinate di P devono verificare l'equazione della parabola, quindi le sostituiamo a x e a y.

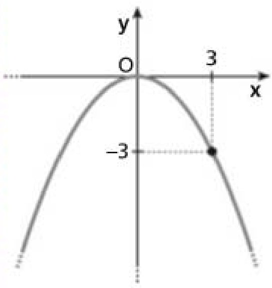
$\square = a \cdot (\square)^2 \quad \rightarrow \quad a = 5.$

16 La parabola di equazione $y = ax^2$ passa per $P\left(2; -\frac{2}{3}\right)$. Quanto vale a? $\left[-\frac{1}{6}\right]$

17 Trova l'equazione della parabola con asse coincidente con l'asse y, vertice nell'origine e passante per il punto $A(2; 12)$. $[y = 3x^2]$

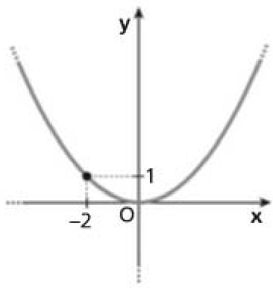
LEGGI IL GRAFICO Trova le equazioni delle seguenti parabole, utilizzando i dati delle figure.

18



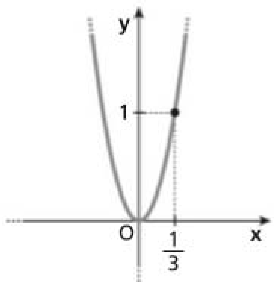
$\left[y = -\frac{1}{3}x^2\right]$

19



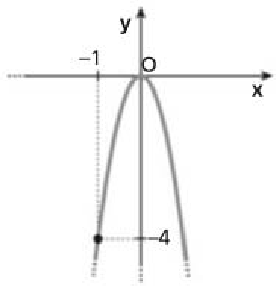
$\left[y = \frac{1}{4}x^2\right]$

20



$[y = 9x^2]$

21



$[y = -4x^2]$

45 Determina per quali valori di a la parabola di equazione $y = (2a - 4)x^2$ ha concavità rivolta verso l'alto e disegna la parabola che si ottiene per $a = \frac{7}{2}$. $[a > 2]$

46 Determina per quali valori di a la parabola di equazione $y = (6 - a)x^2$ ha la concavità rivolta verso il basso e disegna la parabola che si ottiene per $a = 8$. $[a > 6]$

VERO O FALSO?

52 La parabola di equazione $y = -\frac{1}{5}x^2$:

a. ha concavità rivolta verso il basso. V F

b. ha fuoco di ordinata $\frac{5}{4}$. V F

c. passa per il punto $P\left(-1; -\frac{1}{5}\right)$. V F

d. ha apertura maggiore rispetto alla parabola di equazione $y = -\frac{1}{2}x^2$. V F

Parabola con asse parallelo all'asse y

▶ Teoria a p. 247

56 ASSOCIA ogni parabola al suo vertice:

a. $y = 3x^2 + 6x - 1$ **b.** $y = 3x^2 - 6x + 7$ **c.** $y = x^2 + 2x - 1$ **d.** $y = x^2 - x - \frac{1}{2}$

1. $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{4}\right)$ **2.** $(-1; -4)$ **3.** $(1; 4)$ **4.** $(-1; -2)$

57 ESERCIZIO GUIDA Determiniamo vertice, fuoco, asse e direttrice della parabola di equazione $y = x^2 + 6x - 1$.

I coefficienti della parabola sono: $a = 1$; $b = 6$; $c = -1$. Calcoliamo il discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 36 + 4 = 40.$$

- Vertice V:

$$\left.\begin{array}{l} x_V = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{6}{2 \cdot 1} = -3 \\ y_V = -\dfrac{\Delta}{4a} = -\dfrac{40}{4 \cdot 1} = -10 \end{array}\right\} \to V(-3; -10).$$

È possibile calcolare l'ordinata y_V del vertice anche sostituendo a x il valore -3 di x_V nell'equazione della parabola:

$$y_V = (-3)^2 + 6 \cdot (-3) - 1 = -10.$$

- Fuoco F:

$$x_F = x_V = -3$$

$$y_F = \frac{1 - \Delta}{4a} = \frac{1 - 40}{4 \cdot 1} = -\frac{39}{4} \to$$

$$F\left(-3; -\frac{39}{4}\right).$$

- Asse:

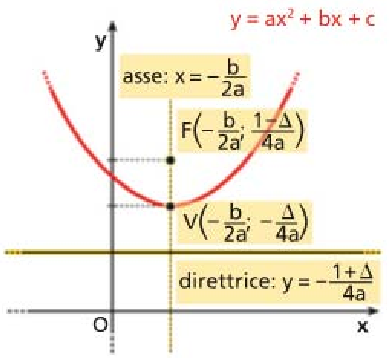
è l'insieme dei punti che hanno la stessa ascissa del vertice, quindi ha equazione:

$$x = -3.$$

- Direttrice:

$$y = -\frac{1 + \Delta}{4a} = -\frac{1 + 40}{4 \cdot 1} = -\frac{41}{4}.$$

Parabola $y = ax^2 + bx + c$



Determina, per le seguenti parabole, vertice, fuoco, direttrice e asse di simmetria.

58 $y = x^2 - 1$

59 $y = -x^2 - 3x$

60 $y = x^2 + 3x + 2$

61 $y = -x^2 - 2x + 3$

62 $y = x^2 - 2x - 8$

63 $y = -4x^2 + 4$

64 $y = -x^2 + 6x$

65 $y = x^2 - 4x + 4$

66 $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

67 $3y = x^2 - 4x$

68 $y = (x + 3)^2$

69 $y = (x - 1)(x + 2)$

Dall'equazione $y = ax^2 + bx + c$ al grafico

▶ Teoria a p. 248

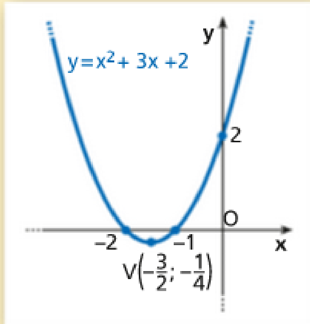
72 ESERCIZIO GUIDA Disegniamo la parabola di equazione $y = x^2 + 3x + 2$.

- La concavità è rivolta verso l'alto poiché $a = 1 > 0$.
- Troviamo le coordinate del vertice.

$$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}$$

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{9-8}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$\to \quad V\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$$



- Le intersezioni con gli assi sono:

$x = 0 \to y = 2 \to (0; 2);$

$$y = 0 \to x^2 + 3x + 2 = 0 \to x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = -1 \to (-1; 0), \\ x_2 = -2 \to (-2; 0). \end{cases}$$

73 $y = x^2 - 1$

74 $y = x^2 - 2x - 8$

75 $y = x^2 + 3x + 2$

76 $y = -x^2 + 4x - 4$

77 $y = x^2 + 6x + 8$

78 $y = -x^2 + 3x + 4$

79 $y = -3x^2 + 3$

80 $y = -2x^2 + 8x$

81 $y = x^2 - x$

82 $y = (x - 1)^2$

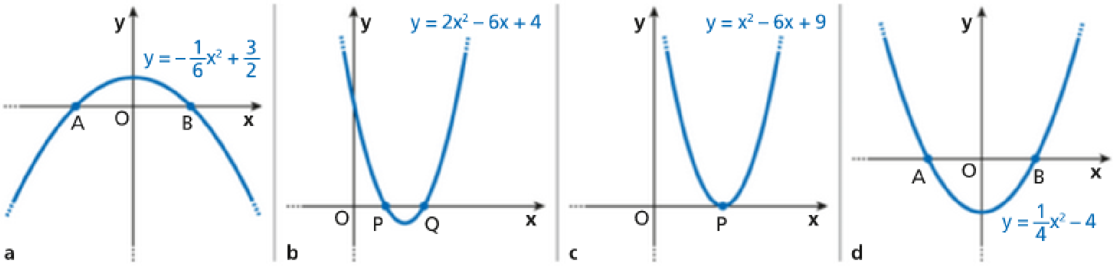
83 $y = 3x^2 + 6$

84 $y = -x^2 + 2x + 3$

85 $y = 4 + x^2$

86 $y = -x^2 + \frac{1}{4}x$

101 LEGGI IL GRAFICO Determina le ascisse dei punti indicati nelle figure.



102 Quali delle seguenti parabole intersecano l'asse x in due punti distinti?

a. $y = x^2 - 8x + 16$

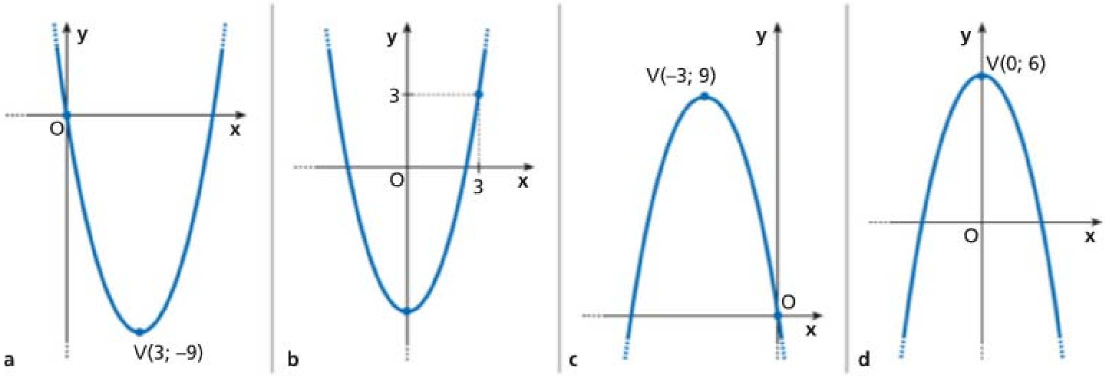
b. $y = -x^2 - 2x$

c. $y = x^2 - 2x + 7$

d. $y = x^2 + 3x - 10$

ASSOCIA a ogni grafico l'equazione corrispondente.

105



1. $y = x^2 - 6x$ **2.** $y = -x^2 + 6$ **3.** $y = x^2 - 6$ **4.** $y = -x^2 - 6x$

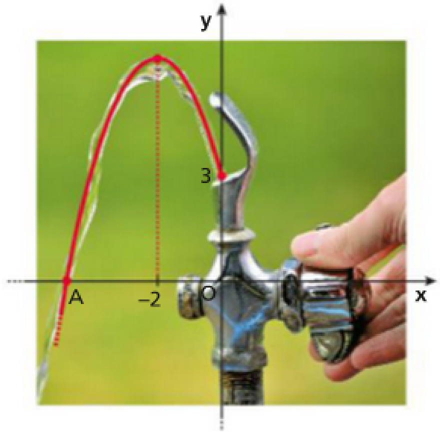
110 Verifica se i punti $A(0;1)$, $B(-1;4)$ e $C(1;-3)$ appartengono alla parabola di equazione $y = 2x^2 - 5x + 1$.

111 Stabilisci se i punti $A(1;-2)$, $B(2;-10)$ e $C(-1;-2)$ appartengono alla parabola di equazione $y = -3x^2 + x$.

112 Trova per quale valore di k la parabola di equazione $y = kx^2 + 8x + 1$ ha vertice di ascissa -2. $[k = 2]$

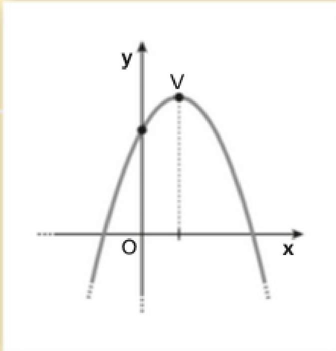
113 Determina per quale valore di b la parabola di equazione $y = 2bx^2 + x - b$ passa per il punto $A(2;9)$. $[b = 1]$

116 **TEST** Solo una delle seguenti equazioni può rappresentare la parabola nella foto. Quale?



Coefficienti dell'equazione $y = ax^2 + bx + c$ e grafico

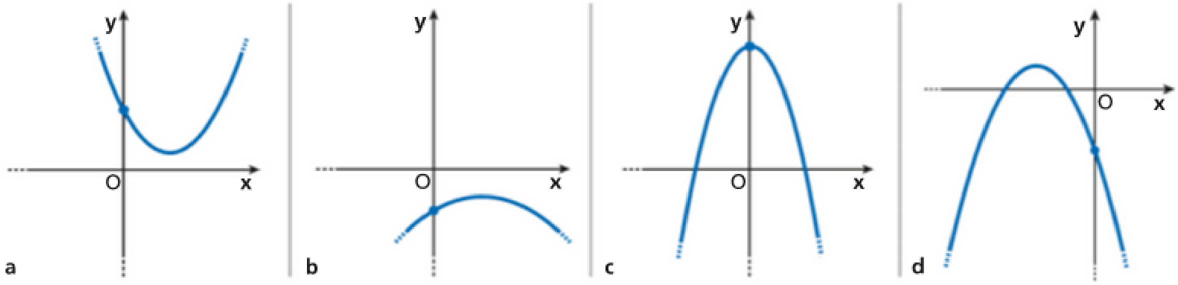
118 ESERCIZIO GUIDATO Dal grafico della parabola in figura, di equazione $y = ax^2 + bx + c$, deduci il segno dei coefficienti a, b e c, e inserisci i segni $>$ o $<$ dove richiesto.



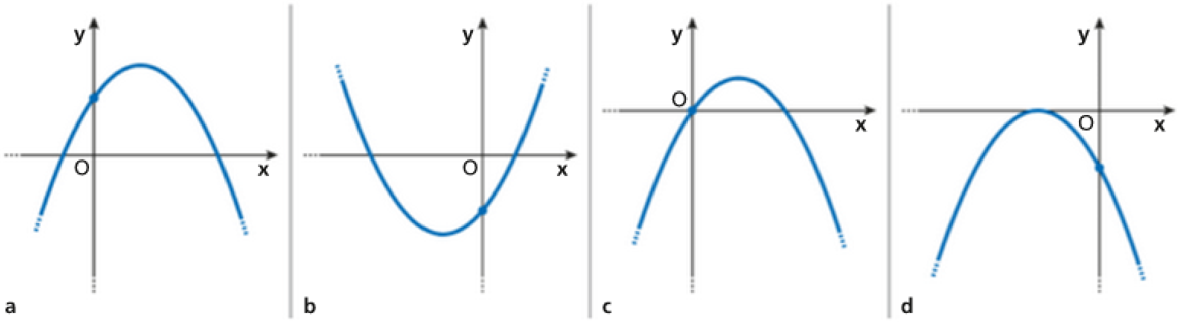
- La concavità è rivolta verso ____, quindi a ☐ 0.
- Il vertice ha ascissa positiva, quindi $-\frac{b}{2a}$ ☐ 0.
  Pertanto a e b devono essere discordi: b ☐ 0.
- La parabola interseca l'asse y in un punto di ordinata ____, quindi c ☐ 0.

LEGGI IL GRAFICO Indica il segno di a, b, c nell'equazione $y = ax^2 + bx + c$ per ciascuna delle parabole rappresentate.

119



120



127 Determina la concavità di una parabola che:

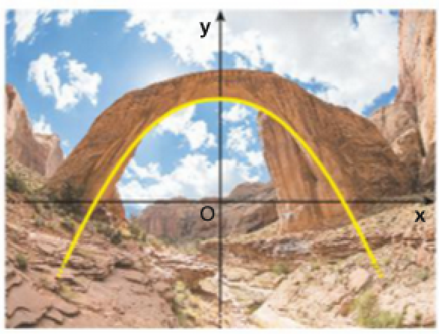
a. passa per $A(-2; 3)$ e ha vertice nell'origine;

b. non interseca l'asse x e il vertice è nel secondo quadrante;

c. passa per l'origine e il vertice è nel quarto quadrante;

d. ha il vertice in $(0; -4)$ e passa per $(1; -2)$.

128 REALTÀ E MODELLI **Arches Park** Osserva la foto, che ritrae uno degli archi naturali presenti nell'Arches National Park, negli Stati Uniti. Cosa puoi affermare sui segni dei coefficienti della parabola $y = ax^2 + bx + c$ che approssima la formazione rocciosa rispetto al sistema di riferimento tracciato?



Problemi

146 La parabola di equazione $y = x^2 - x - 2$ interseca l'asse x nei punti A, B e l'asse y nel punto C. Traccia il grafico della parabola e determina l'area del triangolo ABC. [3]

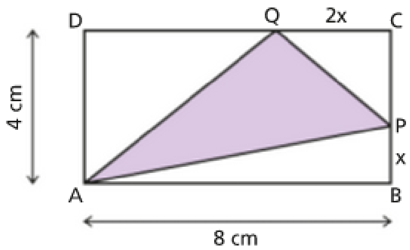
147 Disegna nel piano cartesiano la parabola di equazione $y = 3x^2 - 27$ e determina l'area del triangolo individuato dalle sue intersezioni con gli assi. [81]

148 Determina i punti di intersezione A, B, C della parabola di equazione $y = x^2 - 2x - 8$ con gli assi cartesiani. Calcola perimetro e area del triangolo ABC. $[6 + 4\sqrt{5} + \sqrt{70}; 24]$

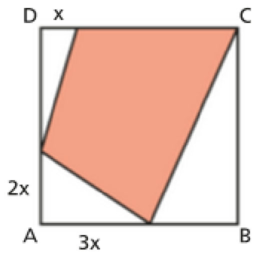
Problemi geometrici

167 Determina la massima area che può avere un rettangolo con perimetro di 80 cm. [400 cm^2]

168 Trova il valore di x che rende minima l'area della figura colorata e calcola il valore di tale area. [2 cm; 12 cm^2]



169 Determina il valore di x che rende massima l'area della figura colorata e calcola la misura di tale area, sapendo che $ABCD$ è un quadrato con lato di 6 cm. [1,5 cm; 22,5 cm^2]



231 Determina i punti di intersezione P e Q della parabola di equazione $y = -x^2 + 3x + 4$ con la retta di equazione $y = x + 4$ e calcola la misura di PQ. $[2\sqrt{2}]$

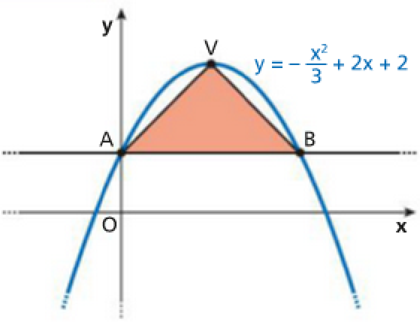
232 Calcola l'area del triangolo ABV, dove V è il vertice della parabola di equazione $y = -x^2 - 2x + 6$ e A e B sono le intersezioni della parabola con la retta di equazione $y = -2$. [27]

233 Scrivi l'equazione della retta che interseca la parabola $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ nei due punti A e B di ascissa 0 e 4. Calcola la lunghezza della corda AB e l'area del triangolo ABO, essendo O l'origine degli assi. $[y = x - 1; 4\sqrt{2}; 2]$

234 Verifica che la parabola $y = 2x^2 + 4x + 2$ è tangente all'asse x e scrivi le coordinate del punto di tangenza. $[T(-1; 0)]$

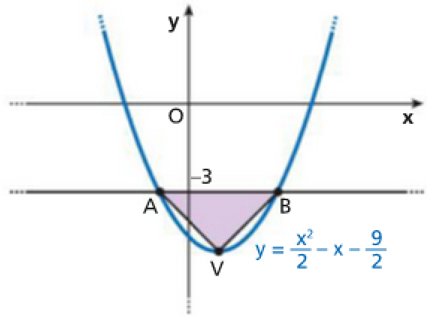
LEGGI IL GRAFICO Calcola l'area del triangolo *ABV*, dove *V* è il vertice della parabola.

235



[9]

236



[4]

Rette tangenti a una parabola

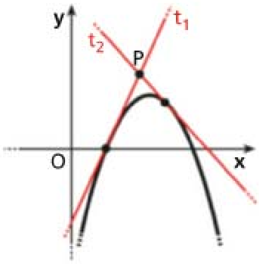
▶ Teoria a p. 255

retta generica per P

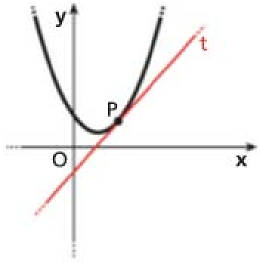
$$\begin{cases} y-y_0=m(x-x_0) \\ y=ax^2+bx+c \end{cases}$$

parabola

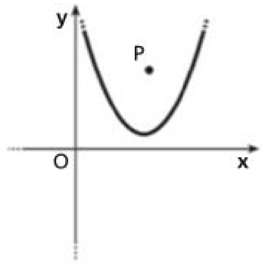
→ si pone $\Delta=0$ nell'equazione risolvente (condizioni di tangenza) → si possono ottenere:
- due tangenti;
- una tangente;
- nessuna tangente.



due tangenti

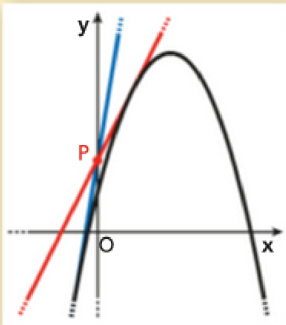


una tangente



nessuna tangente

242 **ESERCIZIO GUIDA** Data la parabola di equazione $y=-x^2+4x+1$, determiniamo le equazioni delle rette passanti per il punto $P(0; 2)$ tangenti alla parabola.



- Scriviamo l'equazione della retta generica passante per P:

  $y-2=m(x-0) \rightarrow y=mx+2.$

- Mettiamo a sistema l'equazione della retta con quella della parabola.

  $$\begin{cases} y=mx+2 \\ y=-x^2+4x+1 \end{cases} \rightarrow -x^2+4x+1=mx+2 \rightarrow x^2+(m-4)x+1=0$$

  $\Delta=m^2+16-8m-4=m^2-8m+12$

- Poniamo $\Delta=0$ (condizione di tangenza):

  $$m^2-8m+12=0 \rightarrow m=4\pm\sqrt{4}=4\pm2= \begin{cases} m_1=6, \\ m_2=2. \end{cases}$$

Le rette tangenti passanti per P sono due e hanno equazioni $y=6x+2$ e $y=2x+2$.

243 Trova l'equazione della retta tangente alla parabola $y=2x^2-6x+1$ nel suo punto $A(1;-3)$. $[y=-2x-1]$

244 Data la parabola di equazione $y=x^2-3x+2$, determina l'equazione della retta tangente nel suo punto di ascissa -1. $[y=-5x+1]$

245 Data la parabola di equazione

$$y=-\frac{1}{2}x^2-4x-6,$$

determina l'equazione della retta tangente alla parabola nel suo punto di intersezione fra la parabola e l'asse y. $[y=-4x-6]$

246 Data la parabola di equazione $y=x^2+4x+6$, determina le equazioni delle rette passanti per $P(-4; 5)$ e tangenti alla parabola. $[y=-2x-3;\ y=-6x-19]$

247 Trova le equazioni delle rette passanti per il punto $P(4; 10)$, tangenti alla parabola di equazione $y=-x^2+6x+1$. $[y=10;\ y=-4x+26]$

248 Determina le equazioni delle rette tangenti alla parabola di equazione $y=2x^2+4x-1$ condotte dal punto $A(-1;-5)$. $[y=4x-1;\ y=-4x-9]$

254 Trova le equazioni delle rette passanti per $A(1; 11)$ e tangenti alla parabola di equazione $y = x^2 - 5x + 19$ e l'equazione della tangente alla parabola nel suo punto $B(2; 13)$.
$[y = x + 10;\ y = -7x + 18;\ y = -x + 15]$

257 Disegna la parabola $y = -x^2 - 2x + 7$. Dal punto $C(0; 11)$ traccia le due tangenti alla parabola e determina le coordinate dei punti A e B di tangenza.
$[A(2; -1), B(-2; 7)]$

258 Determina l'equazione della retta tangente alla parabola di equazione $y = -x^2 + x + 2$ e parallela alla retta di equazione $x - y + 1 = 0$, poi calcola le coordinate del punto di tangenza.
$[x - y + 2 = 0;\ P(0; 2)]$

4 Determinare l'equazione di una parabola

Equazione della parabola passante per tre punti

259 **ESERCIZIO GUIDATO** Determina l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y e passante per i punti $A(3; 1)$, $B(2; 0)$ e $C(0; 4)$.

Imponiamo il passaggio per i tre punti, sostituendo le loro coordinate nell'equazione della parabola, $y = ax^2 + bx + c$.

$$\begin{cases} a(3)^2 + 3b + c = \boxed{} & \text{passaggio per } A \\ a(\boxed{})^2 + \boxed{}\,b + c = \boxed{} & \text{passaggio per } B \\ c = \boxed{} & \text{passaggio per } C \end{cases}$$

Risolvendo il sistema, si ottiene: $\begin{cases} a = \boxed{} \\ b = \boxed{} \\ c = \boxed{} \end{cases}$.

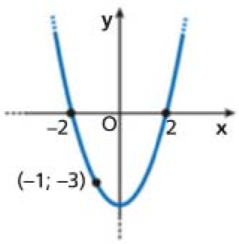
Quindi la parabola ha equazione $y = x^2 - 4x + 4$.

Determina l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse *y* che passa per i punti assegnati e rappresentala graficamente.

263	$A(0; 0)$,	$B(1; 2)$,	$C(3; 0)$.	$[y = -x^2 + 3x]$
264	$A(0; 0)$,	$B(1; -3)$,	$C(4; 0)$.	$[y = x^2 - 4x]$
265	$A(-2; 0)$,	$B(0; 4)$,	$C(1; 3)$.	$[y = -x^2 + 4]$
266	$A(1; 1)$,	$B(2; 3)$,	$C(-1; -9)$.	$[y = -x^2 + 5x - 3]$

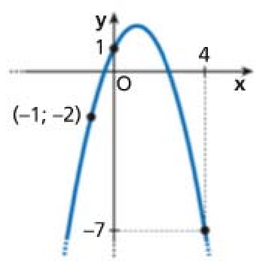
LEGGI IL GRAFICO Determina l'equazione delle parabole rappresentate.

260



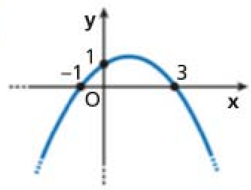
$[y = x^2 - 4]$

261



$[y = -x^2 + 2x + 1]$

262



$\left[y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1\right]$

Equazione della parabola, noti il vertice e il fuoco

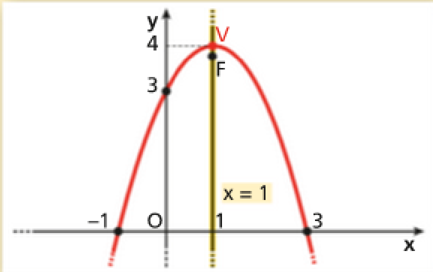
274 ESERCIZIO GUIDA Determiniamo l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y avente per vertice il punto $V(1; 4)$ e per fuoco il punto $F\left(1; \frac{15}{4}\right)$ e rappresentiamola nel piano cartesiano.

La parabola ha equazione generale

$$y = ax^2 + bx + c.$$

Risolviamo il seguente sistema.

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = 1 & \text{ascissa di } V \text{ e } F \\ -\dfrac{\Delta}{4a} = 4 & \text{ordinata di } V \\ \dfrac{1-\Delta}{4a} = \dfrac{15}{4} & \text{ordinata di } F \end{cases}$$



$$\begin{cases} b = -2a \\ b^2 - 4ac = -16a \\ 1 - (b^2 - 4ac) = 15a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = -2a \\ b^2 - 4ac = -16a \\ 1 - (-16a) = 15a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ 4 + 4c = 16 \\ a = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases}$$

L'equazione della parabola è $y = -x^2 + 2x + 3$.

Osservazione. La seconda equazione del sistema può essere sostituita con la condizione di appartenenza del vertice $V(1; 4)$ alla parabola: $4 = a + b + c$.

278 $V(2; 1), F\left(2; \frac{3}{4}\right)$. $\left[y = -x^2 + 4x - 3\right]$

279 $V(1; -4), F\left(1; -\frac{9}{2}\right)$. $\left[y = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{9}{2}\right]$

Equazione della parabola per due punti, noto l'asse

289 **ESERCIZIO GUIDA** Determiniamo l'equazione della parabola che passa per i punti $A(0; -4)$ e $B(-1; -1)$ e ha asse di simmetria di equazione $x = 1$, e rappresentiamola nel piano cartesiano.

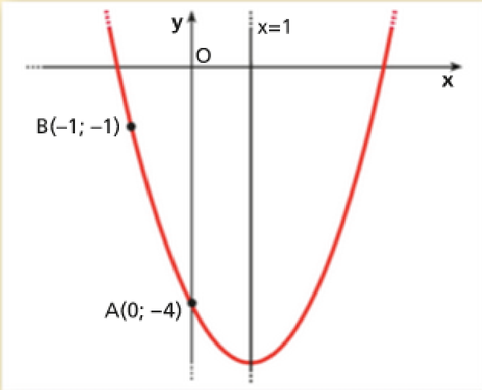
L'asse è parallelo all'asse y e quindi la parabola cercata ha equazione del tipo $y = ax^2 + bx + c$.

Risolviamo il seguente sistema.

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = 1 & \text{equazione dell'asse} \\ a(0)^2 + b(0) + c = -4 & \text{passaggio per } A \\ a(-1)^2 + b(-1) + c = -1 & \text{passaggio per } B \end{cases}$$

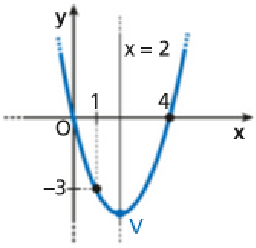
$$\begin{cases} b = -2a \\ c = -4 \\ a - b + c = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = -2a \\ c = -4 \\ a - (-2a) + (-4) = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = -4 \\ a = 1 \end{cases}$$

L'equazione della parabola è $y = x^2 - 2x - 4$.



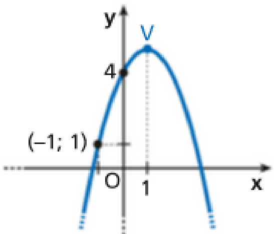
LEGGI IL GRAFICO Determina l'equazione delle parabole rappresentate.

290



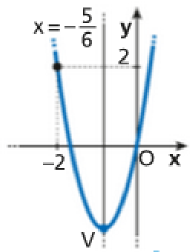
$[y = x^2 - 4x]$

291



$[y = -x^2 + 2x + 4]$

292



$[y = 3x^2 + 5x]$

Determina l'equazione della parabola, di cui sono indicate le coordinate di due suoi punti, A e B, e l'equazione dell'asse di simmetria. Rappresenta graficamente la parabola ottenuta.

293 $A(2; 10)$, $B(-1; 1)$, $x = 0$. $[y = 3x^2 - 2]$

294 $A(-1; -1)$, $B(1; 5)$, $x = -\dfrac{3}{2}$. $[y = x^2 + 3x + 1]$

Equazione della parabola passante per un punto, noto il vertice

301 ESERCIZIO GUIDATO Determina l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y che passa per $A(0; 5)$ e ha vertice in $V(4; 3)$.

Imponiamo le condizioni date all'equazione della parabola, $y = ax^2 + bx + c$.

$$\begin{cases} \square = 0 + 0 + c & \text{passaggio per } A \\ -\dfrac{b}{2a} = \square & \text{ascissa di } V \\ a(\square)^2 + b\square + c = 3 & \text{passaggio per } V \end{cases}$$

Risolvendo il sistema, si ottiene:

$$\begin{cases} a = \square \\ b = \square \\ c = \square \end{cases}.$$

Quindi la parabola ha equazione

$$y = \frac{1}{8}x^2 - x + 5.$$

Determina l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y che passa per il punto A e che ha vertice in V e disegnala.

302 $A(1; -2)$, $V(2; -3)$. $[y = x^2 - 4x + 1]$

303 $A(4; 10)$, $V(1; -8)$. $[y = 2x^2 - 4x - 6]$

304 $A(1; 0)$, $V\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$. $[y = -x^2 + 3x - 2]$

305 $A(0; 1)$, $V\left(\frac{3}{2}; \frac{13}{4}\right)$. $[y = -x^2 + 3x + 1]$

---

306 Determina l'equazione della parabola con vertice nell'origine, asse coincidente con l'asse y e passante per il punto $P(3; 12)$. $\left[y = \frac{4}{3}x^2\right]$

307 Determina l'equazione della parabola $y = ax^2 + bx + c$ che ha vertice $V(4; 1)$ e passa per il punto $A(2; -7)$. $[y = -2x^2 + 16x - 31]$

308 Scrivi l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y, passante per l'origine e di vertice $V(-2; -4)$. $[y = x^2 + 4x]$

309 Scrivi l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y passante per l'origine e con il vertice nel punto $V(1; -2)$. $[y = 2x^2 - 4x]$

Equazione della parabola, nota una condizione di tangenza

314 ESERCIZIO GUIDA Determiniamo l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse y e con il vertice di ascissa minore di -1, passante per i punti $A(-1; -5)$ e $B(1; 3)$ e tangente alla retta r di equazione $y = -2x - 11$.

- Imponiamo alla parabola di equazione $y = ax^2 + bx + c$ il passaggio per i punti A e B.

$$\begin{cases} a - b + c = -5 & \text{passaggio per } A \\ a + b + c = 3 & \text{passaggio per } B \end{cases}$$

Risolviamo il sistema sottraendo membro a membro la prima equazione dalla seconda.

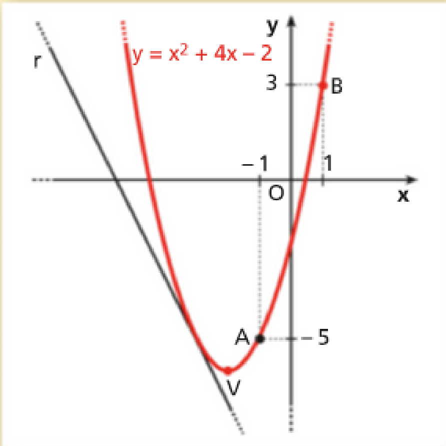
$$\begin{cases} (a+b+c) - (a-b+c) = 3 - (-5) \\ a+b+c = 3 \end{cases} \to \begin{cases} 2b = 8 \\ a+b+c = 3 \end{cases} \to \begin{cases} b = 4 \\ c = -a-1 \end{cases}$$

L'equazione della parabola diventa: $y = ax^2 + 4x - a - 1$; occorre ancora determinare a.

- Imponiamo che la retta r sia tangente alla parabola.

Scriviamo il sistema delle equazioni della parabola e della retta e otteniamo l'equazione risolvente:

$$\begin{cases} y = ax^2 + 4x - a - 1 \\ y = -2x - 11 \end{cases} \to ax^2 + 4x - a - 1 = -2x - 11 \to ax^2 + 6x - a + 10 = 0.$$



La condizione di tangenza è:

$$\frac{\Delta}{4} = 9 + a^2 - 10a = 0 \to$$

$$a = 5 \pm \sqrt{25 - 9} = 5 \pm 4 = \begin{cases} a_1 = 9, \\ a_2 = 1. \end{cases}$$

- Le soluzioni sono due:

$$\begin{cases} a_1 = 9 \\ b_1 = 4 \\ c_1 = -10 \end{cases} \vee \begin{cases} a_2 = 1 \\ b_2 = 4 \\ c_2 = -2 \end{cases} \to$$

$$y = 9x^2 + 4x - 10 \quad \vee \quad y = x^2 + 4x - 2.$$

La prima parabola ha vertice di ascissa $-\frac{2}{9} > -1$, la seconda ha vertice di ascissa $-2 < -1$. Quindi la parabola cercata ha equazione $y = x^2 + 4x - 2$.

315 Determina l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y, passante per i punti $A(1; 2)$ e $B(0; 6)$, tangente alla retta di equazione $y = -x + 2$ e con vertice di ascissa maggiore di 1.
$[y = x^2 - 5x + 6]$

318 Determina l'equazione della parabola

$$y = ax^2 + bx + c$$

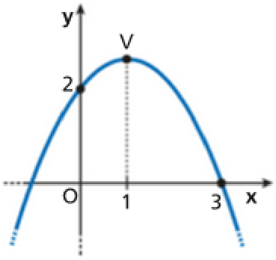
passante per i punti $A(1; 2)$, $B(3; 0)$ e tangente alla bisettrice del secondo e quarto quadrante.
$[y = 3x^2 - 13x + 12]$

Problemi di riepilogo

Ricerca dell'equazione di una parabola

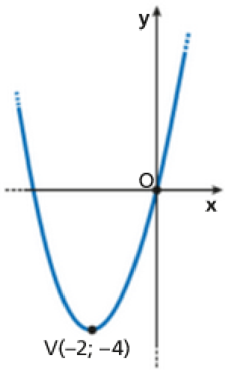
LEGGI IL GRAFICO Determina l'equazione delle seguenti parabole.

321 ●○



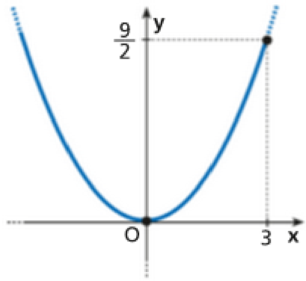
$\left[y=-\frac{2}{3}x^2+\frac{4}{3}x+2\right]$

322 ●○



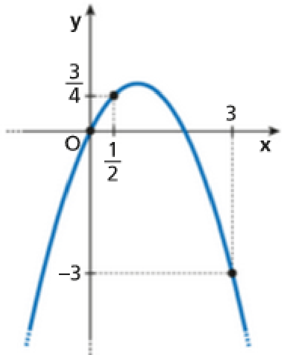
$[y=x^2+4x]$

323 ●○



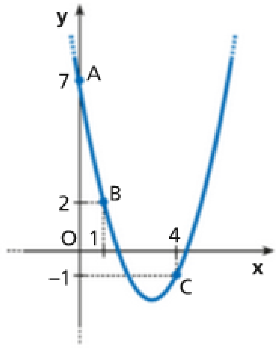
$\left[y=\frac{1}{2}x^2\right]$

324 ●○



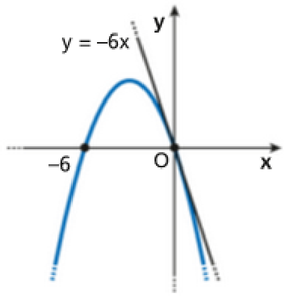
$[y=-x^2+2x]$

325 ●○



$[y=x^2-6x+7]$

326 ●●



$[y=-x^2-6x]$

327 ●○ Una parabola ha il vertice sull'asse y e passa per $A(2;1)$ e $B(-3;2)$. Trova la sua equazione.

$\left[y=\frac{1}{5}x^2+\frac{1}{5}\right]$

331 ●○ Le rette di equazioni $y=x+2$ e $y=-2x+8$ si incontrano nel punto V. Scrivi l'equazione della parabola con vertice V e passante per $A(-1;-5)$.

$[y=-x^2+4x]$

334 Scrivi l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y, che passa per i punti $A(0; 5)$, $B(2; 2)$ e $C(6; 2)$. Calcola poi l'area del triangolo formato dalla tangente alla parabola passante per A con gli assi cartesiani.

$\left[y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 5;\ \text{area} = \frac{25}{4}\right]$

335 Determina l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y, passante per i punti $A(0; 1)$, $B(1; 0)$ e $C(-1; -1)$. Determina quindi l'equazione della retta tangente alla parabola e parallela a r: $y = 2x - 3$.

$\left[y = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1;\ y = 2x + \frac{11}{8}\right]$

336 Scrivi l'equazione della parabola avente fuoco $F\left(1; -\frac{3}{2}\right)$ e vertice $V(1; -2)$. A e B sono le sue intersezioni con la retta $y = x + 1$.
Determina $\overline{AB}$.

$\left[y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2};\ 6\sqrt{2}\right]$

337 Considera i punti $V(2; -1)$ e $A(0; 3)$ e la retta r di equazione $y = x + 9$.

a. Determina l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y, avente come vertice il punto V e passante per il punto A.

b. Trova i punti di intersezione B e C tra la parabola e la retta r.

$[\text{a) } y = x^2 - 4x + 3;\ \text{b) } B(-1; 8), C(6; 15)]$

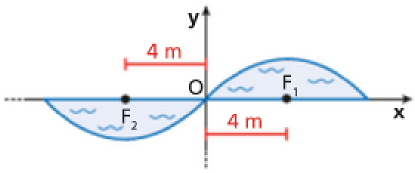
338 **a.** Scrivi l'equazione della parabola passante per i punti $A(0; 1)$, $B(4; 1)$ e avente il vertice sull'asse delle ascisse.

b. Determina l'equazione della tangente alla parabola in B e il punto di intersezione C della tangente con l'asse x.

$\left[\text{a) } y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1;\ \text{b) } y = x - 3,\ C(3; 0)\right]$

339 Scrivi l'equazione della parabola che passa per il punto $A(1; -2)$ e ha l'asse di equazione $x = 2$ e il vertice appartenente alla retta di equazione $x + 2y + 4 = 0$. $[y = x^2 - 4x + 1]$

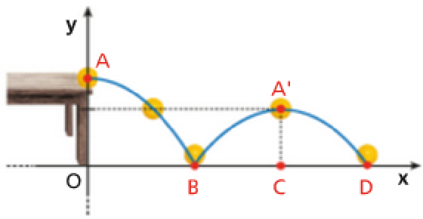
341



Zampilli nei fuochi Il Comune del tuo paese ha indetto un concorso per ragazzi per progettare una nuova fontana nel parco. Decidi di costruire due vasche, simili a quelle in figura, in cui sono mostrate dall'alto, delimitate da due archi di parabola con lo zampillo d'acqua che esce dai fuochi F_1 e F_2. Trova le equazioni delle parabole.

$\left[y = -\frac{1}{8}x^2 + x;\ y = \frac{1}{8}x^2 + x\right]$

342 **Il rimbalzo** Una pallina scivola da un tavolo orizzontale e, cadendo sul pavimento, descrive prima l'arco AB della parabola γ di vertice A, quindi l'arco $BA'D$ della parabola γ' di vertice A'. Sapendo che $OA = 1$ m, $OB = \frac{5}{4}$ m, $A'C = \frac{16}{25}$ m e che la parabola γ' è congruente alla parabola γ, in quanto ottenibile da γ per traslazione:



a. ricava le equazioni di γ e di γ' nel riferimento Oxy;

b. determina la distanza BD.

$\left[\text{a) } \gamma\text{: } y = -\frac{16}{25}x^2 + 1;\ \gamma'\text{: } y = -\frac{16}{25}x^2 + \frac{72}{25}x - \frac{13}{5};\ \text{b) } BD = 2 \text{ m}\right]$

VERIFICA DELLE COMPETENZE ALLENAMENTO

ANALIZZARE E INTERPRETARE DATI E GRAFICI

1 ASSOCIA a ogni parabola o il suo vertice o la sua retta direttrice.

a. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$

b. $y = x^2 + 3x + 1$

c. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 1$

d. $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - 1$

1. $y = -\frac{3}{2}$

2. $V\left(-3; \frac{7}{2}\right)$

3. $y = -\frac{1}{2}$

4. $V(2; -3)$

2 VERO O FALSO? La parabola di equazione $y = 3x^2 + 6x - 5$:

a. interseca l'asse y in $(0; -5)$. V F

b. ha vertice di ascissa -2. V F

c. rivolge la concavità verso l'alto. V F

d. interseca l'asse x in due punti distinti. V F

Rappresenta le seguenti parabole.

3 $y = -\frac{3}{8}x^2$

4 $y = x^2 - 4x$

5 $y = (2 - x)^2$

6 $y = x^2 - 2x - 3$

7 $y = 3x^2 + 4$

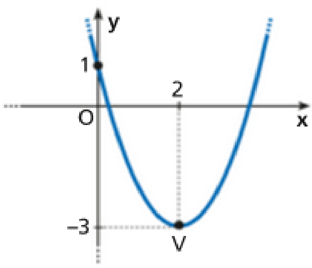
8 $y = -x^2 + 3x - 7$

9 Per quali valori di a l'equazione $y = \frac{1}{a-1}x^2$ rappresenta una parabola? Trova a affinché il fuoco abbia coordinate $(0; 2)$ e disegna la parabola ottenuta. $[a \neq 1; a = 9]$

9 Per quali valori di a l'equazione $y = \frac{1}{a-1}x^2$ rappresenta una parabola? Trova a affinché il fuoco abbia coordinate $(0; 2)$ e disegna la parabola ottenuta. $[a \neq 1; a = 9]$

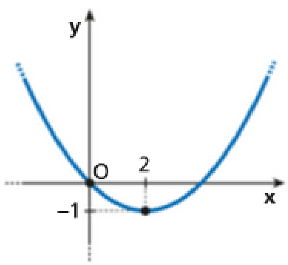
LEGGI IL GRAFICO Trova le equazioni delle seguenti parabole.

10



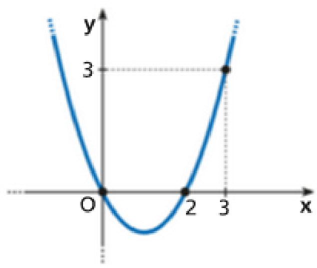
$[y = x^2 - 4x + 1]$

11



$\left[y = \frac{1}{4}x^2 - x\right]$

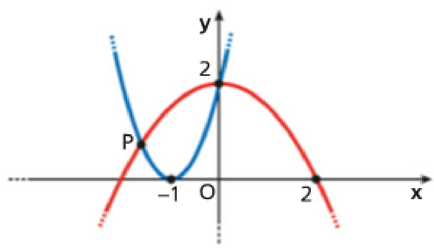
12



$[y = x^2 - 2x]$

13 LEGGI IL GRAFICO Trova le equazioni delle parabole nella figura e le coordinate di P.

$\left[y = 2(x+1)^2, y = -\frac{1}{2}x^2 + 2; P\left(-\frac{8}{5}; \frac{18}{25}\right)\right]$



Determina i punti di intersezione tra la parabola e la retta di cui sono date le equazioni e disegna il grafico.

19 $y = x - 2; \qquad y = x^2 + 3x - 1.$ $[(-1; -3)]$

20 $y = 3x + 12; \qquad y = -4x^2 + 8x.$ [nessuna intersezione]

21 $y = -2x - 3; \qquad y = -4x^2 - 2x + 1.$ $[(-1; -1), (1; -5)]$

22 $y = 6; \qquad y = -\frac{1}{2}x^2 + 8x - 24.$ $[(6; 6), (10; 6)]$

23 $y = 2x - 2; \qquad y = \frac{1}{4}x^2 + x - 1.$ $[(2; 2)]$

24 La retta di equazione $y = \frac{1}{6}x + \frac{23}{6}$ intercetta sulla parabola di equazione $y = \frac{1}{6}x^2 - \frac{7}{6}x + 5$ la corda AB. Calcola la misura di AB. $[\sqrt{37}]$

25 Determina la misura della lunghezza della corda intercettata dalla retta di equazione $y = -4x + 8$ sulla parabola di equazione $y = -3x^2 + 5x + 2$. $[\sqrt{17}]$

26 Verifica che la parabola di equazione $y = 2x^2 + 4x + 2$ è tangente all'asse x e scrivi le coordinate del punto di tangenza. $[T(-1; 0)]$

27 Verifica che la retta tangente alla parabola di equazione $y = \frac{1}{2}x^2 - x$ nell'origine è la bisettrice del secondo e quarto quadrante.

28 Determina l'equazione della retta tangente alla parabola di equazione $y = -2x^2 + 8x - 4$ nel suo punto di ascissa 3. $[y = -4x + 14]$

29 Determina l'equazione delle rette tangenti alla parabola di equazione $y = x^2 + 2x + 4$ passanti per il punto $P(-2; 0)$. $[y = 2x + 4, y = -6x - 12]$