

## Esercizi sul moto rettilineo uniformemente accelerato

**Esercizio 1.** Un corpo parte da fermo con accelerazione pari a  $4 \text{ m/s}^2$ . Quale sarà la sua velocità dopo 7 secondi? Quanto spazio ha percorso in questo intervallo di tempo?

**Esercizio 2.** Un corpo parte da fermo con accelerazione pari a  $6 \text{ m/s}^2$ . Quanto tempo impiegherà per raggiungere la velocità di  $108 \text{ km/h}$ ? Quanto spazio ha percorso in questo intervallo di tempo?

**Esercizio 3.** Un'auto passa da una velocità di  $36 \text{ km/h}$  a una velocità di  $108 \text{ km/h}$  in 25 secondi. Qual è l'accelerazione? Quanta strada ha percorso durante questo intervallo di tempo?

**Esercizio 4.** Un'auto sta viaggiando a  $90 \text{ km/h}$ ; sapendo che ha frenato in 15 s, quanto vale l'accelerazione? Qual è lo spazio di frenata?

**Esercizio 5.** Un'auto aumenta la sua velocità da  $72 \text{ km/h}$  a  $108 \text{ km/h}$  percorrendo un tratto di 500 m. Qual è la sua accelerazione? Quanto tempo ha impiegato per percorrere questo tratto?

**Esercizio 6.** Un'auto si muove con accelerazione costante pari a  $0,5 \text{ m/s}^2$ ; sapendo che quando esce da una galleria lunga 180 m la sua velocità è di  $126 \text{ km/h}$ , si determini la velocità con cui è entrata nella galleria.

**Esercizio 7.** Un sasso viene lasciato cadere da fermo da un'altezza di 2 m. Qual è la velocità di impatto con il suolo? Qual è il tempo di caduta? Si tenga presente che l'accelerazione di gravità ha modulo  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

**Esercizio 8.** Una motocicletta aumenta la sua velocità da  $36 \text{ km/h}$  a  $108 \text{ km/h}$  con un'accelerazione pari a  $1 \text{ m/s}^2$ . Quanto tempo ha impiegato? Quanto spazio ha percorso in questo intervallo di tempo?

**Esercizio 9.** Un'auto frena e si ferma in 10 s. Sapendo che in questo intervallo di tempo ha percorso 100 m, determina l'accelerazione e la velocità iniziale.

**Esercizio 10.** Un'auto passa dalla velocità  $v_0$  alla velocità di  $30 \text{ m/s}$  in 15 s, percorrendo una distanza pari a 300 m. Determinare la velocità iniziale  $v_0$  e l'accelerazione.

**Esercizio 11.** Un'auto inizia a frenare quando la sua velocità è di  $144 \text{ km/h}$ . Sapendo che la sua accelerazione, in modulo, è  $6 \text{ m/s}^2$ , qual è il tempo di frenata? Qual è lo spazio di frenata? Determinare quanta strada ha percorso in 4 s.

**Esercizio 12.** Fabio e Guido stanno parlando delle loro auto; Fabio dice che la sua auto, da ferma, impiega 6 s per raggiungere la velocità di  $100 \text{ km/h}$ , mentre Guido afferma che la sua auto, da ferma, raggiunge i  $90 \text{ km/h}$  in 75 m. Qual è l'auto con la maggiore accelerazione?

**Esercizio 13.** Un'auto sta viaggiando a  $126 \text{ km/h}$  quando il conducente vede un ostacolo sulla strada (distante 140 m) e inizia a frenare. Tenendo conto del tempo di reazione, pari a  $0,2 \text{ s}$ , e del fatto che l'accelerazione è  $-5 \text{ m/s}^2$ , dire se ce la fa ad evitare l'ostacolo.

**Esercizio 14.** Converti  $3 \text{ m/s}^2$  in  $\text{km/h}^2$ .

**Esercizio 15.** Un punto materiale si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato; i valori della sua velocità a istanti successivi sono i seguenti:

t (s)	3,5	6,5	9,5	12,5	15,5
v (m/s)	4,2	7,4	10,6	13,8	17,0

Determina il valore dell'accelerazione.

**Esercizio 16.** Un punto materiale si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato; i valori della sua posizione a istanti successivi sono i seguenti:

t (s)	4,7	6,5	8,3	10,1	11,9
x (m)	2,5	10,96	29,14	57,04	94,66

Determina la velocità iniziale e l'accelerazione.

**Esercizio 17.** Due auto, inizialmente distanti 200 m, si stanno venendo incontro; la prima viaggia a 108 km/h e frena con accelerazione in modulo uguale a  $4 \text{ m/s}^2$ . La seconda auto viaggia a 72 km/h e frena con accelerazione in modulo uguale a  $5 \text{ m/s}^2$ . Dire se le due auto si scontreranno.

**Esercizio 18.** Lo spazio di frenata di un'auto è pari a 50 m se la sua velocità iniziale è  $v_0$ ; qual è lo spazio di frenata se la velocità è  $2 v_0$ ? Si supponga che l'accelerazione sia la stessa in entrambi i casi.

**Esercizio 19.** Un'auto, inizialmente ferma, impiega 50 s per percorrere 1,2 km (accelerazione e arresto compresi). Sapendo che il tempo impiegato per raggiungere la velocità massima e quello impiegato per arrestarsi sono entrambi uguali a 10 s, si determini la velocità massima raggiunta e l'accelerazione in partenza.

**Esercizio 20.** Alice e Barbara fanno una gara sui 100 metri piani; Alice accelera con accelerazione costante pari a  $3 \text{ m/s}^2$  per 3 s, poi si muove di moto rettilineo uniforme. Barbara, invece, accelera con accelerazione costante pari a  $2,5 \text{ m/s}^2$  per 4 s, poi si muove di moto rettilineo uniforme. Chi vincerà la gara? Con quale distacco (in metri)?

**Esercizio 21.** Un'auto parte da ferma e accelera per tre quarti di un certo percorso; successivamente si muove di moto rettilineo uniforme per l'ultimo quarto del percorso. Sapendo che la velocità massima è pari a 90 km/h e che il tempo impiegato totale è 21 s, si determini la lunghezza del percorso e l'accelerazione iniziale dell'auto.

**Esercizio 22.** Un corpo parte da fermo con accelerazione pari a  $5 \text{ m/s}^2$ . Ad un certo istante il corpo passa davanti ad un punto fisso  $A$ ; 0,5 s più tardi passa davanti ad un altro punto fisso  $B$ , posto 4 m più avanti. Qual è l'istante in cui passa davanti al punto  $A$ ? Qual è la distanza di  $A$  dal punto iniziale?

**Esercizio 23.** All'istante  $t_0 = 0$  s un'auto parte da ferma e in 10 s raggiunge (con accelerazione costante) la velocità di 108 km/h; una moto, avente una velocità iniziale di 72 km/h, all'istante  $t = 0$  s la affianca ed inizia a frenare. Sapendo che la moto impiega 6 s per fermarsi, determinare l'istante in cui l'auto sorpassa la moto.

**Esercizio 24.** Un automobilista sta viaggiando ad una velocità costante di 54 km/h; ad un certo istante vede diventare rosso un semaforo distante 250 m ed inizia a frenare (con accelerazione costante) per 50 m, poi smette di frenare e percorre a velocità costante i successivi 200 m arrivando davanti al semaforo quando scatta il verde. Tenendo conto che il rosso resta acceso esattamente per 30 s, si determini l'accelerazione dell'auto durante la frenata.

**Esercizio 25.** Un ciclista viaggia ad una velocità costante di 36 km/h; ad un certo punto sorpassa un motociclista fermo. Passati 4 s dal sorpasso, la moto parte con accelerazione costante di modulo pari a  $1 \text{ m/s}^2$  e raggiunge il ciclista. Qual è la velocità della moto al momento del sorpasso?

## Soluzione degli esercizi sul moto rettilineo uniformemente accelerato

**Esercizio 1.** *Un corpo parte da fermo con accelerazione pari a  $4 \text{ m/s}^2$ . Quale sarà la sua velocità dopo 7 secondi? Quanto spazio ha percorso in questo intervallo di tempo?*

**Soluzione.** Applichiamo la formula  $v_f = v_0 + a t$  :

$$v_f = 0 \text{ m/s} + 4 \text{ m/s}^2 \cdot 7 \text{ s} \Rightarrow v_f = 28 \text{ m/s} .$$

Lo spazio percorso in tale intervallo di tempo è pari a

$$x - x_0 = \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ m/s}^2 \cdot (7 \text{ s})^2 = 98 \text{ m}$$

alternativamente possiamo applicare la formula  $x - x_0 = \frac{v_0 + v_f}{2} \cdot t$  :

$$x - x_0 = \frac{0 \text{ m/s} + 28 \text{ m/s}}{2} \cdot 7 \text{ s} = 98 \text{ m} .$$

**Esercizio 2.** *Un corpo parte da fermo con accelerazione pari a  $6 \text{ m/s}^2$ . Quanto tempo impiegherà per raggiungere la velocità di  $108 \text{ km/h}$  ? Quanto spazio ha percorso in questo intervallo di tempo?*

**Soluzione.** Applichiamo la formula  $v_f = v_0 + a t$  :

$$30 \text{ m/s} = 0 \text{ m/s} + 6 \text{ m/s}^2 \cdot t \Rightarrow t = 5 \text{ s} .$$

Lo spazio percorso in tale intervallo di tempo è uguale a

$$x - x_0 = \frac{0 \text{ m/s} + 30 \text{ m/s}}{2} \cdot 5 \text{ s} = 75 \text{ m} .$$

**Esercizio 3.** *Un'auto passa da una velocità di  $36 \text{ km/h}$  a una velocità di  $108 \text{ km/h}$  in 25 secondi. Qual è l'accelerazione? Quanta strada ha percorso durante questo intervallo di tempo?*

**Soluzione.** Applichiamo la formula  $v_f = v_0 + a t$  :

$$30 \text{ m/s} = 10 \text{ m/s} + a \cdot 25 \text{ s} \Rightarrow a = 0,8 \text{ m/s}^2 .$$

Lo spazio percorso in tale intervallo di tempo è uguale a

$$x - x_0 = \frac{10 \text{ m/s} + 30 \text{ m/s}}{2} \cdot 25 \text{ s} = 500 \text{ m} ;$$

alternativamente, possiamo utilizzare la formula  $x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$  :

$$x - x_0 = 10 \text{ m/s} \cdot 25 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 0,8 \text{ m/s}^2 \cdot (25 \text{ s})^2 = 500 \text{ m} .$$

**Esercizio 4.** *Un'auto sta viaggiando a  $90 \text{ km/h}$ ; sapendo che ha frenato in 15 s, quanto vale l'accelerazione? Qual è lo spazio di frenata?*

**Soluzione.** L'accelerazione è

$$a = \frac{0 \text{ m/s} - 25 \text{ m/s}}{15 \text{ s}} \approx -1,67 \text{ m/s}^2 .$$

Lo spazio di frenata è pari a :

$$x - x_0 = \frac{25 \text{ m/s} + 0 \text{ m/s}}{2} \cdot 15 \text{ s} = 187,5 \text{ m} ;$$

alternativamente possiamo sfruttare la formula  $x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$  :

$$x - x_0 = 25 \text{ m/s} \cdot 15 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-1,67 \text{ m/s}^2) \cdot (15 \text{ s})^2 = 187,5 \text{ m} .$$

**Esercizio 5.** Un'auto aumenta la sua velocità da 72 km/h a 108 km/h percorrendo un tratto di 500 m. Qual è la sua accelerazione? Quanto tempo ha impiegato per percorrere questo tratto?

**Soluzione.** Sfruttiamo la formula  $v_f^2 - v_i^2 = 2a(x - x_0)$  :

$$(30 \text{ m/s})^2 - (20 \text{ m/s})^2 = 2 \cdot a \cdot (500 \text{ m}) \Rightarrow a = 0,5 \text{ m/s}^2 .$$

Per determinare il tempo impiegato per percorrere questi 500 m, basta riferirsi alla formula  $v_f = v_i + at$  :

$$30 \text{ m/s} = 20 \text{ m/s} + 0,5 \text{ m/s}^2 \cdot t \Rightarrow t = 20 \text{ s} .$$

**Esercizio 6.** Un'auto si muove con accelerazione costante pari a  $0,5 \text{ m/s}^2$ ; sapendo che quando esce da una galleria lunga 180 m la sua velocità è di 126 km/h, si determini la velocità con cui è entrata nella galleria.

**Soluzione.** Considerando la formula  $v_f^2 - v_i^2 = 2a(x - x_0)$  abbiamo:

$$v_i^2 = v_f^2 - 2a(x - x_0) \Rightarrow v_i = \sqrt{v_f^2 - 2a(x - x_0)} = \sqrt{(35 \text{ m/s})^2 - 2 \cdot (0,5 \text{ m/s}^2) \cdot (180 \text{ m})} \approx 32,3 \text{ m/s} .$$

**Esercizio 7.** Un sasso viene lasciato cadere da fermo da un'altezza di 2 m. Qual è la velocità di impatto con il suolo? Qual è il tempo di caduta? Si tenga presente che l'accelerazione di gravità ha modulo  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

**Soluzione.** Considerando la formula  $v_f^2 - v_i^2 = 2a(x - x_0)$  abbiamo:

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + 2a(x - x_0)} = \sqrt{(0 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (2 \text{ m})} \approx 6,26 \text{ m/s} .$$

Per quanto riguarda il tempo di caduta, dalla formula  $x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$  abbiamo (si noti che nel nostro caso  $v_0 = 0 \text{ m/s}$ ):

$$t = \sqrt{\frac{2(x - x_0)}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (2 \text{ m})}{9,8 \text{ m/s}^2}} \approx 0,64 \text{ s} ;$$

alternativamente, possiamo anche riferirci alla formula  $x - x_0 = \frac{v_0 + v_f}{2} t$ :

$$t = \frac{2(x - x_0)}{v_0 + v_f} \Rightarrow t = \frac{2 \cdot (2 \text{ m})}{0 \text{ m/s} + 6,26 \text{ m/s}} \approx 0,64 \text{ s} .$$

**Esercizio 8.** Una motocicletta aumenta la sua velocità da 36 km/h a 108 km/h con un'accelerazione pari a  $1 \text{ m/s}^2$ . Quanto tempo ha impiegato? Quanto spazio ha percorso in questo intervallo di tempo?

**Soluzione.** Dalla formula  $v_f = v_i + at$  abbiamo

$$30 \text{ m/s} = 10 \text{ m/s} + 1 \text{ m/s}^2 \cdot t \Rightarrow t = 20 \text{ s} .$$

Lo spazio percorso è pari a

$$x - x_0 = \frac{v_i + v_f}{2} \cdot t = \frac{10 \text{ m/s} + 30 \text{ m/s}}{2} \cdot 20 \text{ s} = 400 \text{ m} ;$$

alternativamente abbiamo

$$x - x_0 = 10 \text{ m/s} \cdot 20 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ m/s}^2 \cdot (20 \text{ s})^2 = 400 \text{ m} .$$

**Esercizio 9.** Un'auto frena e si ferma in 10 s. Sapendo che in questo intervallo di tempo ha percorso 100 m, determina l'accelerazione e la velocità iniziale.

**Soluzione.** Dalla formula  $x - x_0 = \frac{v_i + v_f}{2} \cdot t$  abbiamo:

$$100 \text{ m} = \frac{v_i + 0 \text{ m/s}}{2} \cdot 10 \text{ s} \Rightarrow v_i = 20 \text{ m/s} .$$

L'accelerazione si ottiene nel modo seguente:

$$v_f = v_i + at \Rightarrow 0 \text{ m/s} = 20 \text{ m/s} + a \cdot (10 \text{ s}) \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2 .$$

**Esercizio 10.** Un'auto passa dalla velocità  $v_0$  alla velocità di  $30 \text{ m/s}$  in  $15 \text{ s}$ , percorrendo una distanza pari a  $300 \text{ m}$ . Determinare la velocità iniziale  $v_0$  e l'accelerazione.

**Soluzione.** Dalla formula  $x - x_0 = \frac{v_i + v_f}{2} \cdot t$  abbiamo:

$$300 \text{ m} = \frac{v_0 + 30 \text{ m/s}}{2} \cdot 15 \text{ s} \Rightarrow v_0 = 10 \text{ m/s} .$$

L'accelerazione si ottiene nel modo seguente:

$$v_f = v_i + at \Rightarrow 30 \text{ m/s} = 10 \text{ m/s} + a \cdot (15 \text{ s}) \Rightarrow a \approx 1,3 \text{ m/s}^2 .$$

**Esercizio 11.** Un'auto inizia a frenare quando la sua velocità è di  $144 \text{ km/h}$ . Sapendo che la sua accelerazione, in modulo, è  $6 \text{ m/s}^2$ , qual è il tempo di frenata? Qual è lo spazio di frenata? Determinare quanta strada ha percorso in  $4 \text{ s}$ .

**Soluzione.** Il tempo di frenata è

$$t = \frac{0 \text{ m/s} - 40 \text{ m/s}}{-6 \text{ m/s}^2} \approx 6,67 \text{ s} ;$$

per calcolare lo spazio di frenata basta riferirsi alla formula  $v_f^2 - v_i^2 = 2a(x - x_0)$  :

$$(0 \text{ m/s})^2 - (40 \text{ m/s})^2 = 2 \cdot (-6 \text{ m/s}^2) \cdot (x - x_0) \Rightarrow x - x_0 \approx 133,3 \text{ m} .$$

In  $4 \text{ s}$  l'auto percorre

$$x - x_0 = 40 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-6 \text{ m/s}^2) \cdot (4 \text{ s})^2 = 112 \text{ m} .$$

**Esercizio 12.** Fabio e Guido stanno parlando delle loro auto; Fabio dice che la sua auto, da ferma, impiega  $6 \text{ s}$  per raggiungere la velocità di  $100 \text{ km/h}$ , mentre Guido afferma che la sua auto, da ferma, raggiunge i  $90 \text{ km/h}$  in  $75 \text{ m}$ . Qual è l'auto con la maggiore accelerazione?

**Soluzione.** Calcoliamo l'accelerazione  $a_F$  dell'auto di Fabio:

$$a_F = \frac{27,8 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{6 \text{ s}} \approx 4,6 \text{ m/s}^2 ;$$

vediamo ora l'accelerazione  $a_G$  dell'auto di Guido:

$$(25 \text{ m/s})^2 - (0 \text{ m/s})^2 = 2 a_G \cdot (75 \text{ m}) \Rightarrow a_G \approx 4,2 \text{ m/s}^2 ;$$

l'auto di Fabio ha quindi una migliore accelerazione.

**Esercizio 13.** Un'auto sta viaggiando a  $126 \text{ km/h}$  quando il conducente vede un ostacolo sulla strada (distante  $140 \text{ m}$ ) e inizia a frenare. Tenendo conto del tempo di reazione, pari a  $0,2 \text{ s}$ , e del fatto che l'accelerazione è  $-5 \text{ m/s}^2$ , dire se ce la fa ad evitare l'ostacolo.

**Soluzione.** Calcoliamo lo spazio di reazione (ovvero lo spazio percorso a velocità costante prima che il conducente inizi a frenare):

$$\text{spazio di reazione} = (35 \text{ m/s}) \cdot (0,2 \text{ s}) = 7 \text{ m} ;$$

lo spazio di frenata è invece pari a

$$\text{spazio di frenata} = \frac{(0 \text{ m/s})^2 - (35 \text{ m/s})^2}{2 \cdot (-5 \text{ m/s}^2)} = 122,5 \text{ m} .$$

sommando lo spazio di reazione e lo spazio di frenata abbiamo  $129,5 \text{ m}$ ; dal momento che l'ostacolo si trovava inizialmente a  $140 \text{ m}$ , possiamo affermare che il conducente riesce, per fortuna, ad evitare l'ostacolo.

**Esercizio 14.** Converti  $3 \text{ m/s}^2$  in  $\text{km/h}^2$ .

**Soluzione.**

$$\begin{aligned} 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} &= 3 \frac{1 \text{ m}}{(1 \text{ s})^2} = 3 \frac{10^{-3} \text{ km}}{\left(\frac{1}{3,6 \cdot 10^3} \text{ h}\right)^2} = 3 \frac{10^{-3} \text{ km}}{\frac{1}{12,96 \cdot 10^6} \text{ h}^2} = \\ &= 3 \cdot 10^{-3} \cdot 12,96 \cdot 10^6 \frac{\text{km}}{\text{h}^2} = 38,88 \cdot 10^3 \frac{\text{km}}{\text{h}^2} = 3,888 \cdot 10^4 \frac{\text{km}}{\text{h}^2}. \end{aligned}$$

**Esercizio 15.** Un punto materiale si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato; i valori della sua velocità a istanti successivi sono i seguenti:

$t \text{ (s)}$	3,5	6,5	9,5	12,5	15,5
$v \text{ (m/s)}$	4,2	7,4	10,6	13,8	17,0

Determina il valore dell'accelerazione.

**Soluzione.** L'accelerazione può essere determinata nel modo seguente:

$$a = \frac{7,4 \text{ m/s} - 4,2 \text{ m/s}}{6,5 \text{ s} - 3,5 \text{ s}} = \frac{3,2 \text{ m/s}}{3,0 \text{ s}} \approx 1,07 \text{ m/s}^2.$$

**Esercizio 16.** Un punto materiale si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato; i valori della sua posizione a istanti successivi sono i seguenti:

$t \text{ (s)}$	4,7	6,5	8,3	10,1	11,9
$x \text{ (m)}$	2,5	10,96	29,14	57,04	94,66

Determina la velocità iniziale e l'accelerazione.

**Soluzione.** La legge oraria, in generale, ha la seguente espressione:

$$x - x_0 = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a(t - t_0)^2$$

con i dati  $t_0 = 4,7 \text{ s}$  e  $x_0 = 2,5 \text{ m}$  abbiamo:

$$x - 2,5 = v_0(t - 4,7) + \frac{1}{2} a(t - 4,7)^2$$

per determinare  $v_0$  (velocità iniziale) e  $a$  (accelerazione) sostituiamo i valori agli istanti  $t_1 = 6,5 \text{ s}$  e  $t_2 = 8,3 \text{ s}$ :

$$\begin{cases} 10,96 - 2,5 = v_0(6,5 - 4,7) + \frac{1}{2} a(6,5 - 4,7)^2 \\ 29,14 - 2,5 = v_0(8,3 - 4,7) + \frac{1}{2} a(8,3 - 4,7)^2 \end{cases}$$

risolvendo il sistema lineare  $2 \times 2$  si trovano i seguenti valori:

$$\begin{cases} v_0 = 2 \text{ m/s} \\ a = 3 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

**Esercizio 17.** Due auto, inizialmente distanti 200 m, si stanno venendo incontro; la prima viaggia a  $108 \text{ km/h}$  e frena con accelerazione in modulo uguale a  $4 \text{ m/s}^2$ . La seconda auto viaggia a  $72 \text{ km/h}$  e frena con accelerazione in modulo uguale a  $5 \text{ m/s}^2$ . Dire se le due auto si scontreranno.

**Soluzione.** Calcoliamo i due spazi di frenata, li sommiamo e confrontiamo il risultato con la distanza iniziale (200 m). Vediamo quindi il primo spazio di frenata:

$$(x - x_0)_1 = \frac{(0 \text{ m/s})^2 - (30 \text{ m/s})^2}{2 \cdot (-4 \text{ m/s}^2)} = 112,5 \text{ m};$$

per quanto riguarda il secondo spazio di frenata si ha:

$$(x - x_0)_2 = \frac{(0 \text{ m/s})^2 - (20 \text{ m/s})^2}{2 \cdot (-5 \text{ m/s}^2)} = 40 \text{ m} ;$$

sommando i due spazi di frenata:

$$(x - x_0)_1 + (x - x_0)_2 = 112,5 \text{ m} + 40 \text{ m} = 152,5 \text{ m} ,$$

si scopre che le due auto non si scontrano in quanto  $152,5 \text{ m} < 200 \text{ m}$  .

**Esercizio 18.** Lo spazio di frenata di un'auto è pari a  $50 \text{ m}$  se la sua velocità iniziale è  $v_0$ ; qual è lo spazio di frenata se la velocità è  $2v_0$ ? Si supponga che l'accelerazione sia la stessa in entrambi i casi.

**Soluzione.** Vediamo la formula generale per lo spazio di frenata (si osservi che  $a < 0$ ):

$$x - x_0 = \frac{0^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow x - x_0 = -\frac{v_0^2}{2a}$$

se raddoppiamo la velocità iniziale si ottiene:

$$(x - x_0)^* = -\frac{(2v_0)^2}{2a} = -4 \frac{v_0^2}{2a} = 4 \cdot (x - x_0)$$

quindi **lo spazio di frenata non raddoppia, ma quadruplica!** Questo ci fa riflettere sui rischi della velocità.

**Esercizio 19.** Un'auto, inizialmente ferma, impiega  $50 \text{ s}$  per percorrere  $1,2 \text{ km}$  (accelerazione e arresto compresi). Sapendo che il tempo impiegato per raggiungere la velocità massima e quello impiegato per arrestarsi sono entrambi uguali a  $10 \text{ s}$ , si determini la velocità massima raggiunta e l'accelerazione in partenza.

**Soluzione.** Indichiamo con  $v_{max}$  la velocità massima raggiunta dall'auto; lo spazio percorso nella fase di accelerazione iniziale è pari a  $\frac{1}{2} v_{max} \cdot (10 \text{ s})$ ; osserviamo che questo spazio è identico a quello percorso durante la fase finale di frenata. Durante i  $30 \text{ s}$  "centrali" lo spazio percorso è pari a  $v_{max} \cdot (30 \text{ s})$ ; a questo punto possiamo sommare tutti questi spazi parziali e possiamo uguagliare a  $1200 \text{ m}$  :

$$\frac{1}{2} v_{max} \cdot (10 \text{ s}) + v_{max} \cdot (30 \text{ s}) + \frac{1}{2} v_{max} \cdot (10 \text{ s}) = 1200 \text{ m}$$

risolvendo l'equazione si ricava  $v_{max} = 30 \text{ m/s}$  . L'accelerazione iniziale è  $3 \text{ m/s}^2$  .

**Esercizio 20.** Alice e Barbara fanno una gara sui  $100 \text{ metri}$  piani; Alice accelera con accelerazione costante pari a  $3 \text{ m/s}^2$  per  $3 \text{ s}$ , poi si muove di moto rettilineo uniforme. Barbara, invece, accelera con accelerazione costante pari a  $2,5 \text{ m/s}^2$  per  $4 \text{ s}$ , poi si muove di moto rettilineo uniforme. Chi vincerà la gara? Con quale distacco (in metri)?

**Soluzione.** Studiamo il moto di Alice; la sua velocità massima è di  $9 \text{ m/s}$  che mantiene dall'istante  $t = 3 \text{ s}$  in poi. Nei primi  $3 \text{ secondi}$  Alice percorre uno spazio di  $\frac{1}{2} (3 \text{ m/s}^2) \cdot (3 \text{ s})^2 = 13,5 \text{ m}$ , per cui i restanti  $(100 - 13,5) \text{ m} = 86,5 \text{ m}$  li percorre in  $\frac{86,5 \text{ m}}{9 \text{ m/s}} \approx 9,61 \text{ s}$ ; Alice percorre i  $100 \text{ metri}$  in  $(3 + 9,61) \text{ s} = 12,61 \text{ s}$ .

Analizziamo ora nello stesso modo il moto di Barbara. La sua velocità massima è di  $10 \text{ m/s}$ ; nei primi  $4 \text{ secondi}$  Barbara percorre uno spazio di  $\frac{1}{2} (2,5 \text{ m/s}^2) \cdot (4 \text{ s})^2 = 20 \text{ m}$ , quindi i restanti  $(100 - 20) \text{ m} = 80 \text{ m}$  li percorre in  $\frac{80 \text{ m}}{10 \text{ m/s}} = 8 \text{ s}$ ; Barbara percorre i  $100 \text{ metri}$  in  $(4 + 8) \text{ s} = 12 \text{ s}$  . Barbara vince la gara.

Per determinare infine il distacco in metri dobbiamo determinare la posizione di Alice all'istante  $t = 12 \text{ s}$ :

$$x = 13,5 \text{ m} + 9 \text{ m/s} \cdot (12 - 3) \text{ s} = 94,5 \text{ m}$$

all'istante in cui Barbara taglia il traguardo Alice è staccata di  $5,5 \text{ m}$ . Lo stesso risultato si ottiene osservando che Alice taglia il traguardo  $0,61 \text{ s}$  più tardi, quindi in questo intervallo di tempo ha percorso un tratto di lunghezza  $0,61 \text{ s} \cdot 9 \text{ m/s} \approx 5,5 \text{ m}$ .

**Esercizio 21.** Un'auto parte da ferma e accelera per tre quarti di un certo percorso; successivamente si muove di moto rettilineo uniforme per l'ultimo quarto del percorso. Sapendo che la velocità massima è pari a 90 km/h e che il tempo impiegato totale è 21 s, si determini la lunghezza del percorso e l'accelerazione iniziale dell'auto.

**Soluzione.** Indichiamo con  $t$  l'istante in cui l'auto inizia a muoversi di moto rettilineo uniforme; lo spazio percorso nei primi  $t$  secondi è pari a  $\frac{25 \cdot t}{2}$ , mentre lo spazio percorso negli ultimi  $(21 - t)$  secondi è  $25 \cdot (21 - t)$ . Poiché sappiamo che nella fase di accelerazione iniziale l'auto percorre i tre quarti dell'intero percorso, possiamo affermare che lo spazio  $\frac{25 \cdot t}{2}$  risulta essere il triplo dello spazio  $25 \cdot (21 - t)$ :

$$\frac{25 \cdot t}{2} = 3 \cdot [25 \cdot (21 - t)]$$

risolvendo l'equazione si trova  $t = 18$  s; l'intero percorso è lungo

$$\frac{25 \text{ m/s} \cdot 18 \text{ s}}{2} + 25 \text{ m/s} \cdot (21 \text{ s} - 18 \text{ s}) = 300 \text{ m} .$$

Calcoliamo infine l'accelerazione iniziale dell'auto:

$$a = \frac{25 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{18 \text{ s}} \approx 1,39 \text{ m/s}^2 .$$

**Esercizio 22.** Un corpo parte da fermo con accelerazione pari a 5 m/s<sup>2</sup>. Ad un certo istante il corpo passa davanti ad un punto fisso A; 0,5 s più tardi passa davanti ad un altro punto fisso B, posto 4 m più avanti. Qual è l'istante in cui passa davanti al punto A? Qual è la distanza di A dal punto iniziale?

**Soluzione.** Indicato con  $t$  l'istante in cui il corpo passa davanti al punto fisso A, osservato che la velocità all'istante  $t$  è  $5t$  (mentre all'istante  $(t + 0,5)$  è  $5(t + 0,5)$ ), abbiamo:

$$\frac{5t + 5(t + 0,5)}{2} \cdot 0,5 = 4$$

risolvendo l'equazione si trova  $t = 1,35$  s. Il punto fisso A si trova a  $\frac{1}{2} \cdot 5 \text{ m/s}^2 \cdot (1,35 \text{ s})^2 \approx 4,56 \text{ m}$  dal punto iniziale.

Alternativamente possiamo procedere nel modo seguente:

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (t + 0,5)^2 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot t^2 = 4$$

risolvendo l'equazione si trova nuovamente  $t = 1,35$  s.

**Esercizio 23.** All'istante  $t_0 = 0$  s un'auto parte da ferma e in 10 s raggiunge (con accelerazione costante) la velocità di 108 km/h; una moto, avente una velocità iniziale di 72 km/h, all'istante  $t = 0$  s la affianca ed inizia a frenare. Sapendo che la moto impiega 6 s per fermarsi, determinare l'istante in cui l'auto sorpassa la moto.

**Soluzione.** Scriviamo il sistema delle due leggi orarie:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot t^2 \\ x = 20t + \frac{1}{2} \cdot (-3,33) \cdot t^2 \end{cases}$$

le soluzioni sono le seguenti:

$$\begin{cases} x = 0 \text{ m} \\ t = 0 \text{ s} \end{cases} ; \begin{cases} x = 59,9 \text{ m} \\ t = 6,3 \text{ s} \end{cases}$$

la prima soluzione non ci dice niente di nuovo (infatti sappiamo dal testo del problema che i due veicoli si trovano affiancati all'istante  $t = 0$  s); l'auto sorpassa la moto all'istante  $t = 6,3$  s dopo aver percorso 60 metri (circa).

**Esercizio 24.** Un automobilista sta viaggiando ad una velocità costante di 54 km/h; ad un certo istante vede diventare rosso un semaforo distante 250 m ed inizia a frenare (con accelerazione costante) per 50 m, poi smette di frenare e percorre a velocità costante i successivi 200 m arrivando davanti al semaforo quando scatta il verde. Tenendo conto che il rosso resta acceso esattamente per 30 s, si determini l'accelerazione dell'auto durante la frenata.

**Soluzione.** Prima di tutto, indichiamo con  $t$  l'istante in cui l'automobilista smette di frenare; i primi 50 metri sono percorsi con moto rettilineo uniformemente accelerato, quindi si ha

$$50 = \frac{15 + (15 + at) \cdot t}{2}$$

poiché gli ultimi 200 metri sono percorsi con velocità costante pari a  $(15 + at)$ , risulta:

$$200 = (15 + at) \cdot (30 - t)$$

dobbiamo quindi risolvere il sistema

$$\begin{cases} 50 = \frac{15 + (15 + at) \cdot t}{2} \\ 200 = (15 + at) \cdot (30 - t) \end{cases}$$

ricaviamo  $a$  dalla prima equazione:

$$\begin{cases} a = \frac{100 - 30t}{t^2} \\ 200 = (15 + at) \cdot (30 - t) \end{cases}$$

sostituiamo l'espressione di  $a$  nella seconda equazione:

$$\begin{cases} a = \frac{100 - 30t}{t^2} \\ 200 = \left(15 + \frac{100 - 30t}{t^2} \cdot t\right) \cdot (30 - t) \end{cases}$$

risolvendo la seconda equazione nell'incognita  $t$  troviamo le soluzioni

$$t_1 = 25 - 5\sqrt{17} \approx 4,38 \text{ s} ; \quad t_2 = 25 + 5\sqrt{17} \approx 45,62 \text{ s}$$

la seconda soluzione va ovviamente scartata in quanto la nostra soluzione deve essere compresa tra 0 s e 30 s. La soluzione, perciò, risulta essere  $t = 4,38$  s; per determinare l'accelerazione è sufficiente sostituire nella formula  $a = \frac{100 - 30t}{t^2}$ :

$$a = \frac{100 - 30 \cdot 4,38}{(4,38)^2} \Rightarrow a \approx -1,64 \text{ m/s}^2 .$$

**Esercizio 25.** Un ciclista viaggia ad una velocità costante di 36 km/h; ad un certo punto sorpassa un motociclista fermo. Passati 4 s dal sorpasso, la moto parte con accelerazione costante di modulo pari a  $1 \text{ m/s}^2$  e raggiunge il ciclista. Qual è la velocità della moto al momento del sorpasso?

**Soluzione.** Nei primi 4 secondi il ciclista ha percorso 40 metri; per risolvere il problema è sufficiente risolvere il seguente sistema delle leggi orarie:

$$\begin{cases} x = 40 + 10t \\ x = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 + 10t \\ 40 + 10t = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot t^2 \end{cases}$$

la seconda equazione ammette le seguenti soluzioni:

$$t_1 \approx -3,4 \text{ s} ; \quad t_2 \approx 23,4 \text{ s} ;$$

la soluzione  $t_1$  va scartata in quanto siamo interessati alle soluzioni  $t > 0$  s; la moto raggiunge il ciclista dopo 23,4 s dalla sua partenza. La velocità della moto al momento del sorpasso è pari a 23,4 m/s (infatti ogni secondo la velocità della moto aumenta di 1 m/s).